

Director/a	Título del TFG	Resumen del TFG	Fecha de aprobación	Asignación
Rafael Granero Belinchon	La ecuación quasi-geostrófica termal	<p>La ecuación quasi-geostrófica termal (TQG) es un modelo mesoscópico de la dinámica del océano en el régimen donde la fuerza de Coriolis, el gradiente de presión hidrostático y las fuerzas de flotabilidad se equilibran. Si bien dicho sistema data de hace al menos 50 años, sus resultados matemáticos son más bien escasos.</p> <p>El objetivo de este trabajo es estudiar el artículo "Theoretical and computational analysis of the thermal quasi-geostrophic model" de Dan Crisan, Darryl D. Holm, Erwin Luesink, Prince Romeo Mensah, Wei Pan y dar una demostración simplificada de su resultado de existencia local de solución.</p> <p>Las tareas a desarrollar son:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Estudiar el artículo "Theoretical and computational analysis of the thermal quasi-geostrophic model" de Dan Crisan, Darryl D. Holm, Erwin Luesink, Prince Romeo Mensah, Wei Pan y familiarizarse con el problema propuesto.</li> <li>2) Dar una prueba más simple del resultado de existencia local.</li> </ol>	jun.-23	JRG
Daniel Lear Claveras	Una generalización del problema de Basilea	<p>El problema de Basilea consiste en encontrar la suma exacta de los inversos de los cuadrados de los enteros positivos. Euler encontró que la suma exacta era <math>\pi^2/6</math> y anunció su descubrimiento en 1735. En términos de la función zeta de Riemann, esto no es más que el valor zeta(2).</p> <p>El objetivo de este TFG es estudiar diferentes demostraciones de este cálculo. Las cuales nos permitirán evaluar también zeta(2n) y otras series interesantes relacionadas. Teniendo en cuenta los contenidos del trabajo, es altamente recomendable que el alumno, más allá de sus conocimientos previos, muestre afición e interés por los siguientes campos: Análisis de Fourier y Análisis Complejo.</p>	oct.-23	CPC
Alicia Nieto Reyes	Propiedades relacionadas con la profundidad de banda multivariante	<p>La profundidad de banda se definió inicialmente como una profundidad funcional. Sin embargo, está demostrado que sufre de degeneración cuando se calcula con respecto a algunas distribuciones funcionales comunes. Esto puede hacer que la profundidad de banda sea más relevante en espacios multivariantes, especialmente en aquellos de alta dimensión por ser computacionalmente efectiva. Existe un trabajo previo que demuestra ciertas propiedades relacionadas con la profundidad de banda multivariante y una modificación de la misma. Dichas propiedades están demostradas para dos dimensiones. Este trabajo pretende analizar dichas demostraciones y estudiar la posibilidad de extenderlas al caso multivariante general.</p>	feb.-24	YJL
Diana Stan	Estudio de algunas ecuaciones en derivadas parciales relacionadas con la modelización matemática del juego "piedra, papel o tijeras"	<p>Se propone estudiar una modelización matemática del juego "piedra, papel o tijeras" basada en ecuaciones en derivadas parciales de tipo no local.</p> <p>El trabajo consiste en dos pasos: 1) entender y explicar la modelización matemática y 2) estudio teórico de las EDPs resultantes (existencia de soluciones, unicidad, propiedades).</p>	may.-24	CMS

Araceli Tuero Díaz	La retroalimentación como pilar en la didáctica de la estadística y la probabilidad	<p>La temática de este TFG surge de unas necesidades detectadas en el área de estadística y probabilidad y una propuesta para satisfacerlas desde el área de didáctica de la matemática.</p> <p>Un sector del alumnado tiene dificultades para interiorizar algunos conceptos y formas de lenguaje matemático que son básicos en las asignaturas de estadística y, en algunos casos, también en todas las asignaturas del grado. En muchas ocasiones, el alumno no sabe o no puede identificar dónde están sus dudas y sus razonamientos erróneos. El profesor puede, en la interacción con él, detectar sus conocimientos previos y su modo de razonar, y de ahí reconducirle. Pero, las diferencias entre unos y otros, y la necesidad de avanzar para alcanzar unos objetivos en el desarrollo de las clases, es imposible cubrir esta necesidad de adaptación a los distintos puntos de partida y ritmos de aprendizaje.</p> <p>Entre los recursos utilizados en didáctica de la matemática, se encuentra la herramienta STACK que permite, en el entorno virtual de aprendizaje Moodle, crear preguntas que el estudiante contestará guiado por la retroalimentación que se le proporciona. Un cuidado diseño de las preguntas y el feedback, que haga visible el razonamiento matemático y se adelante a los posibles errores del alumnado, hará posible un aprendizaje autónomo.</p> <p>El objetivo del TFG es el diseño de una serie de ejercicios cuya resolución sirva de apoyo al aprendizaje en las asignaturas “Estadística Básica”, “Cálculo de Probabilidades” e “Inferencia Estadística” del Grado en Matemáticas. Será necesario un dominio de las matemáticas involucradas para crear buenas preguntas y anticipar las dificultades y errores del alumnado, pudiendo así, dirigirles hacia respuestas correctas. Los nodos de las preguntas STACK posibilitarán el aporte de retroalimentación inmediata a los estudiantes, basado en las propiedades matemáticas de sus respuestas.</p>	jul.-24	DIM
Francisco Santos Leal	Métodos topológicos en teoría de grafos	<p>Un homomorfismo de grafos es una aplicación entre sus vértices que conserva la adyacencia. En 1978 László Lovász introdujo el complejo de homomorfismos <math>\text{Hom}(G,H)</math> entre dos grafos dados, y lo utilizó para calcular exactamente el número cromático de los grafos de Kneser. En este trabajo se reproducirá la demostración de Lovász, introduciendo los preliminares necesarios para entenderla, tanto de teoría de grafos como de teoría de la homotopía, incluyendo demostraciones combinatorias de los Teoremas del Nervio y de Brouwer en dimensión arbitraria.</p>	jul.-24	VSC
Daniel Sadornil Renedo	Separación de raíces de polinomios	<p>El teorema de Bolzano afirma que si una función continua en un intervalo cerrado que toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo, entonces existe un punto en el intervalo donde la función se anula. Este teorema se puede aplicar fácilmente a polinomios y demostrar que, si el grado es impar, dicho polinomio admite al menos una raíz real. Para polinomios de grado par, dicho resultado depende del signo del coeficiente del término independiente. Para discernir si existen más raíces reales es necesario trabajar con intervalos para poder “separar” las raíces. Anteriormente a este resultado, Descartes demostró que el número de raíces positivas de un polinomio es o igual al número de cambios de signo de sus coeficientes o menor por una diferencia par. Esta regla no proporciona el número exacto de raíces del polinomio ni tampoco identifica las raíces del polinomio.</p> <p>En este trabajo fin de grado se trabajará con la regla de Descartes, aportando varias demostraciones, así como particularidades y generalizaciones de la misma. Asimismo, se tratarán otros resultados sobre separación de raíces como los teoremas de Sturm, Budan-Fourier, de Gua, entre otros.</p>	jul.-24	GSD

Sixto Herrera García	Control de producción en tiempo real mediante la visión artificial	<p>El algoritmo You Only Look Once (YOLO) es un sistema basado en redes neuronales convolucionales que permite la detección de objetos en imágenes. En este TFG se propone una solución para el control en tiempo real del funcionamiento y la producción de una fábrica, así como el análisis de los resultados, basada en la aplicación de dicho algoritmo a las imágenes de dicha fábrica y la optimización de su configuración y parámetros específicos.</p> <p>Para ello, en primer lugar se describirá el algoritmo, sus fundamentos matemáticos y se discutirán las aproximaciones y parametrizaciones necesarias para su configuración y optimización de cara a ser aplicado al problema práctico definido. Por otro lado, se establecerán los estadísticos de evaluación para identificar la configuración óptima y discutir los resultados obtenidos por el algoritmo en su aplicación al problema específico considerado.</p> <p>Finalmente, de cara a optimizar, analizar y presentar de forma adecuada los resultados obtenidos, las detecciones se almacenarán en una base de datos relacional, la cual será descrita y discutida en la memoria.</p>	jul.-24	IMS
Domingo Gómez Pérez	Criptoanálisis del Criptosistema de Merkle y Hellman	<p>El criptosistema de Merkle y Hellman, más conocido con el criptosistema de la mochila, es una de las primeras propuestas de criptografía asimétrica o de clave pública. Tanto el criptosistema RSA como el criptosistema de la mochila fueron presentados en el año 1978 pero han experimentado suertes opuestas: mientras el primero sigue siendo utilizado hoy en día, el segundo adquirió pronto fama de inseguro.</p> <p>En este proyecto estudiaremos este criptosistema, explicando en los fundamentos teóricos en los que se apoya (problema NP-completo, secuencia supercreciente, etc). Después realizaremos su criptoanálisis teórico, además de una implementación práctica de ellos, con una medición de tiempos.</p> <p>Referencias:</p> <p>N. Howgrave-Graham y A. Joux. New generic algorithms for hard knapsacks. In Annual International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques, pages 235–256. Springer, 2010.</p> <p>R. C. Merkle y M. E. Hellman. Hiding information and signatures in trapdoor knapsacks. IEEE Trans. Information Theory, IT-24(5):525–530, 1978.</p> <p>A. M. Odlyzko. The rise and fall of knapsack cryptosystems. Cryptology and computational number theory, 42(2), 1990.</p> <p>N. Howgrave-Graham y A. Joux. New generic algorithms for hard knapsacks. In Annual International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques, pages 235–256. Springer, 2010.</p> <p>R. C. Merkle y M. E. Hellman. Hiding information and signatures in trapdoor knapsacks. IEEE Trans. Information Theory, IT-24(5):525–530, 1978.</p> <p>A. M. Odlyzko. The rise and fall of knapsack cryptosystems. Cryptology and computational number theory, 42(2), 1990.</p>	jul.-24	AGM
Beatriz Porras Pomares	Descubriendo las medidas vectoriales	<p>Revisión bibliográfica sobre la Teoría general de medidas vectoriales para presentar una descripción de esta materia accesible a estudiantes de grado en Matemáticas. Selección de algún ejemplo central: Integral de Bochner e integral de Pettis. Identificación de la presencia de la teoría de medidas vectoriales en el desarrollo actual del Análisis Funcional: un ejemplo.</p>	nov.-24	RGL

Luis Felipe Tabera Alonso	Ajuste de parámetros en multiplicación truncada de polinomios	<p>A la hora de implementar una librería de series de potencias formales o series de Taylor estas se implementan hasta una precisión prefijada. Formalmente, una serie de potencias de precisión <math>O(x^n)</math> no es nada más que un elemento de <math>K[x]/(x^n)</math>.</p> <p>Dadas dos series de potencias <math>f + O(x^n)</math> y <math>g + O(x^n)</math> con una precisión <math>O(x^n)</math>, para calcular el producto <math>f * g + O(x^n)</math> se pueden multiplicar los polinomios subyacentes (de grado <math>n-1</math>) y truncar el resultado ignorando los monomios de orden superior a <math>x^{n-1}</math>. Este método es ineficiente.</p> <p>Para el caso de implementar la multiplicación de la escuela, se pueden ignorar directamente los monomios de orden superior pero, generalmente, este no es método usado para multiplicar polinomios en una librería CAS.</p> <p>Un método subcuadrático para implementar el producto de dos polinomios es la llamada multiplicación de Karatsuba. En este método es necesario calcular monomios del producto que posteriormente se desecharán al truncar el producto. En el artículo "A long note on Mulders' short product" (G. Hanrot, P. Zimmermann, 2004) se discute una heurística para determinar un parámetro que se puede aplicar a la multiplicación truncada para disminuir el número de operaciones necesarias.</p> <p>El objetivo del trabajo es, por un lado, entender el problema subyacente y, por otro, calcular experimentalmente una pequeña base de datos que contenga los parámetros óptimos para un rango de grados. Hay al menos dos parámetros que se deberán obtener:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El punto de corte en el que el algoritmo de multiplicación la escuela es superior al algoritmo de Karatsuba.</li> <li>- El parámetro del algoritmo descrito en el artículo citado para minimizar el cálculo de monomios de orden superior a <math>x^n</math>.</li> </ul> <p>Además se pueden explorar distintas medidas de optimalidad como minimizar el número de operaciones totales o el número de productos. Alternativamente se puede explorar cómo está implementada esta medida en librerías como ntl o mpfr.</p> <p>A largo plazo estos resultados pretenden mejorar la implementación de las series de potencias formales implementado en SAGE.</p>	dic.-24	MCR
Luis Felipe Tabera Alonso	Longitud de módulos	El trabajo trata sobre el estudio de las series de composición de grupos y el Teorema de Jordan-Holder y, especialmente, el concepto de longitud de módulo, su relación con la teoría de módulos noetherianos y artinianos y especialmente, su aplicación a la teoría de la intersección.	dic.-24	MBF
Luis Felipe Tabera Alonso	El problema X de Hilbert	El trabajo trata sobre el problema X de Hilbert que propone la búsqueda de un algoritmo que determine si una ecuación diofántica tiene soluciones enteras, desde un punto de vista histórico hasta su resolución (de forma negativa) por Matijasevic (1970). El desarrollo del trabajo implica el estudio de funciones recursivas, conjuntos diofánticos y la reducción del problema de parada de máquinas de Turing al problema X de Hilbert.	dic.-24	LCR
Diana Stan Marco Bravin	Introducción a la teoría Di Perna-Lions	Se propone estudiar el artículo "Ordinary differential equations, transport theory and Sobolev spaces." por R.J. DiPerna; P.L. Lions publicado en la revista Inventiones mathematicae (1989) donde se obtienen propiedades (existencia, unicidad, estabilidad) de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes en espacios de Sobolev. Como método, se relacionan la EDOs con EDPs de transporte lineales.	dic.-24	EES

Jose Javier Segura Sala Pablo Ciaurriz Manu	Desarrollo e implementación de algoritmos para el cálculo de perfiles de velocidad energéticamente eficientes	En este trabajo se aplicarán resultados de la optimización por multiobjetivo y el control óptimo para analizar el problema del cálculo de perfiles de velocidad energéticamente eficientes para aplicaciones ferroviarias, discutiéndose las ventajas de cada uno de estos dos enfoques. En el caso concreto de la optimización multiobjetivo se considerarán algoritmos genéticos en la implementación del algoritmo de cálculo de perfiles de velocidad. Los algoritmos genéticos desarrollados se pueden validar comparándolos con software preexistente, para de este modo analizar su eficiencia y precisión. Finalmente, en la aplicación del control óptimo al análisis del problema de perfiles de velocidad se considerará tanto el análisis pseudoespectral como la programación dinámica en la resolución del problema, comparando la efectividad de ambos métodos.	ene.-25	APL
Jose Javier Segura Sala Álvaro Rodríguez Luis	Simulación de líneas de fondeo con elasto-plasticidad mediante elementos finitos	Se propone el desarrollo de un modelo numérico mediante elementos finitos para la simulación de líneas de fondeo en estructuras marinas flotantes; el modelo permitirá la incorporación de materiales sintéticos con comportamiento elastoplástico e histéresis. El desarrollo de tal modelo requerirá la utilización de conceptos relativos a ecuaciones diferencias ordinarias y en derivadas parciales, así como de métodos numéricos para su resolución, en particular métodos de elementos finitos. Por otra parte, será también relevante en el modelado la integración temporal de cierta versión no lineal de la ecuación de ondas. Finalmente, se discutirá el acoplado del nuevo modelo numérico a los modelos preexistentes, con la incorporación de un nuevo modelo de tensión.	ene.-25	MGA
Daniel Lear Claveras	Algunas pruebas de la existencia de números irracionales	El presente Trabajo de Fin de Grado aborda la existencia de números irracionales desde un enfoque analítico. Se revisarán demostraciones clásicas, como la irracionalidad de $\sqrt{2}$ , $e$ , $\sin(1)$ o $\cos(1)$ , y se explorarán ejemplos más recientes que requieren técnicas analíticas más avanzadas, como $\ln(2)$ y $\zeta(3)$ . Estas últimas, además de ser más complejas, destacan por el uso de herramientas como series de Taylor, estimaciones de error, aproximaciones racionales y relaciones recurrentes. El objetivo es proporcionar una visión integral de las pruebas, destacando su diversidad metodológica.	feb.-25	LMD
Monica Blanco Gomez	Códigos cíclicos. Análisis y aplicaciones de códigos BCH	Este trabajo final de grado se centra en el estudio de los Códigos Cíclicos, y en particular de los códigos BCH. Se aborda primero el entorno y contexto algebraico necesario, así como la introducción a la teoría básica de códigos. En segundo lugar se profundiza en la estructura y propiedades algebraicas de los códigos cíclicos, y se introducen los códigos de Hamming, con una transición hacia los Códigos Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH). Esta familia de códigos cíclicos destaca especialmente por su capacidad para detectar y corregir múltiples errores, además de por su robusta estructura algebraica. Se analiza su construcción y el proceso de decodificación, explorando algoritmos asociados a la corrección de errores. Finalmente, se presentan algunas aplicaciones clave de códigos BCH.	feb.-25	LIP

Rafael Duque MedinaCamilo Palazuelos Calderón	El algoritmo de Bellman-Ford como herramienta para la resolución de problemas de programación lineal	<p>El problema de los caminos mínimos de fuente única es fundamental en la teoría de grafos y en la optimización combinatoria. Este tipo de problema consiste en encontrar la ruta más corta desde un nodo de origen hacia todos los demás nodos de un grafo, y tiene una amplia variedad de aplicaciones en áreas como redes de transporte, logística y planificación de recursos.</p> <p>Este trabajo propone un enfoque progresivo: se parte de la formulación básica del problema en grafos, se analizan algoritmos clásicos como Dijkstra y Bellman-Ford, y se exploran sus aplicaciones. Finalmente, se estudia un caso especial de programación lineal que se puede reducir a la resolución de un problema de caminos mínimos con el algoritmo de Bellman-Ford, mostrando así la conexión entre la optimización en grafos y la programación lineal.</p>	mar.-25	YDA
Hector San Martin Gutierrez	Aplicación de la investigación de mercados en un contexto empresarial.	<p>El trabajo se centraría en la realización de una investigación de mercados en un contexto empresarial (el tema podría estar vinculado con su práctica académica en el Real Racing Club de Santander). El trabajo consistiría de las siguientes fases principales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición del objetivo, las necesidades de información y las hipótesis de estudio.</li> <li>- Diseño y ejecución de la metodología de investigación basada en entrevistas en profundidad.</li> <li>- Diseño y ejecución de la metodología de investigación basada en encuestas ad-hoc.</li> <li>- Análisis de resultados cualitativos y cuantitativos.</li> <li>- Formulaciones de conclusiones e implicaciones prácticas.</li> </ul> <p>De las competencias indicadas en la guía docente del TFG, el estudiante estaría en condiciones de adquirir las genéricas "CG6 (Autonomía) - Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas" y "CG8 (Buscar información) Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet", así como la específica "CE8 (Utilizar software) - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico".</p>	abr.-25	GDV
Carlos Beltran Alvarez	Implementando el método de homotopía para resolver sistemas de ecuaciones no lineales	El método de homotopía es una herramienta numérica que se usa para resolver sistemas de ecuaciones polinomiales o en general no lineales. El objetivo de este trabajo es describirlo e implementarlo con una implementación propia, una tarea suficientemente compleja para desarrollar un TFG que puede profundizar un poco en los aspectos teóricos.	abr.-25	JVS
Angel Cobo Ortega	Aprendizaje profundo y computación de reservorio para abordar problemas de regresión: aplicaciones en el sector primario	Este Trabajo de Fin de Grado (TFG) analizará el uso de técnicas neuronales de aprendizaje profundo y computación de reservorio para resolver problemas de regresión en el sector primario. Se presentarán los fundamentos de estos enfoques, destacando su capacidad para modelar relaciones complejas en series temporales. El estudio incluirá un análisis comparativo entre modelos de redes neuronales profundas, como redes recurrentes (RNN, LSTM, GRU), y la computación de reservorio mediante Redes de Estado de Eco (ESN), enfatizando la eficiencia de estas últimas en el procesamiento de datos secuenciales con un menor costo computacional. Para dicho análisis, se emplearán tanto series de datos sintéticas como series temporales reales relacionadas con productos pesqueros y/o agrícolas. Finalmente, se discutirán las ventajas y desafíos de la computación de reservorio frente a otros enfoques de aprendizaje profundo, destacando su eficiencia computacional, facilidad de implementación y potencial para abordar problemas de regresión en distintos ámbitos.	abr.-25	IAB