

Facultad de Ciencias

## GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

G110 - Variedades Diferenciables

Doble Grado en Física y Matemáticas  
Optativa. Curso 5

Grado en Matemáticas  
Optativa. Curso 4

Curso Académico 2020-2021

### 1. DATOS IDENTIFICATIVOS

Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas		Tipología y Curso	Optativa. Curso 5 Optativa. Curso 4
Centro	Facultad de Ciencias			
Módulo / materia	MATERIA AMPLIACIÓN DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA MENCION EN MATEMÁTICA PURA Y APLICADA			
Código y denominación	G110 - Variedades Diferenciables			
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre	Cuatrimestral (1)	
Web				
Idioma de impartición	Español	English friendly	Sí	Forma de impartición Presencial

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION			
Profesor responsable	FERNANDO ETAYO GORDEJUELA			
E-mail	fernando.etayo@unican.es			
Número despacho	Facultad de Ciencias. Planta: + 1. DESPACHO (1048)			
Otros profesores				

### 2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Es muy conveniente que los alumnos matriculados en esta asignatura hayan cursado las siguientes asignaturas: Álgebra Lineal I, Álgebra Lineal II, Cálculo Diferencial, Ampliación de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Ampliación de Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Topología, Geometría de Curvas y Superficies, y Teoría Global de Superficies.

### 3. COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DEL PLAN DE ESTUDIOS TRABAJADAS

Competencias Genéricas
(Conocer) Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de las Matemáticas.
(Aplicar) Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.
(Reflexionar) Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
(Aprender) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.
(Comunicar) Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.
(Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas.
(Buscar información) Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet.
(Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés.
Competencias Específicas
(Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
(Conocer demostraciones) Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
(Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones.
(Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
(Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
(Modelizar) Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
(Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
Competencias Básicas
Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

### 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Reconocer los espacios topológicos que tienen estructuras de variedades diferenciables, prestando especial atención a los que están contenidos en los espacios euclídeos y a sus cocientes.
- Saber calcular los espacios tangente y cotangente de una variedad en un punto, viendo que son las mejores aproximaciones lineales de la variedad en el punto.
- Relacionar la variedades mediante aplicaciones diferenciables, y saber calcular la diferencial de tales aplicaciones y aplicarla a la manipulación de subvariedades y variedades cociente.
- Saber utilizar los campos de vectores como operadores diferenciales de primer orden y como ecuaciones diferenciales autónomas.
- Encontrar el flujo de un campo de vectores e interpretarlo geoméricamente, y ver que tales objetos son subyacentes en muchos fenómenos de la naturaleza y son de gran utilidad para estudiarlos.
- Manejar las nociones básicas del Cálculo en Variedades y saber utilizarlas para manipular 1-formas diferenciales y conocer el Teorema de Frobenius.
- Saber dotar de estructura de variedad riemanniana a una variedad diferenciable y saber obtener las propiedades fundamentales de la geometría de una tal variedad.
- Saber particularizar la teoría de variedades riemannianas en la de superficies en el espacio euclídeo y conocer y manejar otras variedades relevantes.
- Saber aplicar la teoría de variedades en otros contextos matemáticos y físicos.

### 4. OBJETIVOS

- Conocer y manejar los conceptos y resultados básicos de la Teoría de Variedades Diferenciables, relacionándolos con la teoría de curvas y superficies.
- Conocer y manejar los campos vectoriales y las formas diferenciales, comprendiendo su relación con las ecuaciones diferenciales.
- Plantear y resolver ciertas Ecuaciones Diferenciales, interpretando geoméricamente sus soluciones.
- Conocer y manejar las métricas riemannianas y los operadores asociados, y saber aplicarlos en situaciones de la Matemática y la Física.
- Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas y manejar la aplicabilidad de sus resultados a la resolución de problemas geométricos.

**5. MODALIDADES ORGANIZATIVAS Y MÉTODOS DOCENTES**

ACTIVIDADES	HORAS DE LA ASIGNATURA
<b>ACTIVIDADES PRESENCIALES</b>	
HORAS DE CLASE (A)	
- Teoría (TE)	38
- Prácticas en Aula (PA)	22
- Prácticas de Laboratorio Experimental(PLE)	
- Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO)	
- Prácticas Clínicas (CL)	
Subtotal horas de clase	60
<b>ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B)</b>	
- Tutorías (TU)	1,5
- Evaluación (EV)	6
Subtotal actividades de seguimiento	7,5
<b>Total actividades presenciales (A+B)</b>	<b>67,5</b>
<b>ACTIVIDADES NO PRESENCIALES</b>	
Trabajo en grupo (TG)	
Trabajo autónomo (TA)	82,5
Tutorías No Presenciales (TU-NP)	
Evaluación No Presencial (EV-NP)	
<b>Total actividades no presenciales</b>	<b>82,5</b>
<b>HORAS TOTALES</b>	<b>150</b>

6. ORGANIZACIÓN DOCENTE													
CONTENIDOS		TE	PA	PLE	PLO	CL	TU	EV	TG	TA	TU-NP	EV-NP	Semana
1	VARIETADES DIFERENCIABLES. Variedades abstractas. Variedades inmersas.	6,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,00	0,00	0,00	1-3
2	FUNCIONES Y APLICACIONES DIFERENCIABLES	3,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	0,00	0,00	3-4
3	TOPOLOGÍA DE LAS VARIETADES DIFERENCIABLES. Propiedades topológicas de las variedades. Variedades Hausdorff y II Axioma de Numerabilidad. Particiones diferenciables de la unidad.	4,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	8,00	0,00	0,00	4-5
4	CAMPOS VECTORIALES Y FORMAS DIFERENCIALES. Campos vectoriales como operadores diferenciales, como velocidades y como secciones del fibrado tangente. Flujo de un campo. Corchete de Lie de campos. Relación con las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales totales. Formas diferenciales. Inmersiones y subvariedades. Teorema de inmersión de Whitney. Introducción a las distribuciones y teorema de Fröbenius.	15,00	9,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	30,50	0,00	0,00	6-11
5	MÉTRICAS RIEMANNIANAS. Primera forma fundamental y métrica de Riemann. Isomorfismos musicales (subida y bajada de índices). Conexión de Levi Civita, y transporte paralelo. Curvatura.	10,00	7,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	19,00	0,00	0,00	12-15
6	EXAMEN FINAL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,50	4,00	0,00	10,00	0,00	0,00	16-18
TOTAL DE HORAS		38,00	22,00	0,00	0,00	0,00	1,50	6,00	0,00	82,50	0,00	0,00	

Esta organización tiene carácter orientativo.

Ante la situación incierta de que las medidas de distanciamiento social establecidas por las autoridades sanitarias no permitan desarrollar alguna actividad docente de forma presencial en el aula para todos los estudiantes matriculados, se adoptará una modalidad mixta de docencia que combine esta docencia presencial en el aula con docencia a distancia. De la misma manera, la tutorización podrá ser sustituida por tutorización a distancia utilizando medios telemáticos.

TE	Horas de teoría
PA	Horas de prácticas en aula
PLE	Horas de prácticas de laboratorio experimental
PLO	Horas de prácticas de laboratorio en ordenador
CL	Horas de prácticas clínicas
TU	Horas de tutoría
EV	Horas de evaluación
TG	Horas de trabajo en grupo
TA	Horas de trabajo autónomo
TU-NP	Tutorías No Presenciales
EV-NP	Evaluación No Presencial

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%										
Prueba escrita en aula	Examen escrito	No	Sí	24,00										
<table border="1"> <tr> <td>Calif. mínima</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>Duración</td> <td>Una hora</td> </tr> <tr> <td>Fecha realización</td> <td>Al acabar los tres primeros temas del curso (quinta semana)</td> </tr> <tr> <td>Condiciones recuperación</td> <td>En el examen final de la asignatura</td> </tr> <tr> <td>Observaciones</td> <td></td> </tr> </table>					Calif. mínima	0,00	Duración	Una hora	Fecha realización	Al acabar los tres primeros temas del curso (quinta semana)	Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura	Observaciones	
Calif. mínima	0,00													
Duración	Una hora													
Fecha realización	Al acabar los tres primeros temas del curso (quinta semana)													
Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura													
Observaciones														
Prueba escrita en aula	Examen escrito	No	Sí	24,00										
<table border="1"> <tr> <td>Calif. mínima</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>Duración</td> <td>Una hora</td> </tr> <tr> <td>Fecha realización</td> <td>Al acabar el cuarto tema del curso (semana undécima)</td> </tr> <tr> <td>Condiciones recuperación</td> <td>En el examen final de la asignatura</td> </tr> <tr> <td>Observaciones</td> <td></td> </tr> </table>					Calif. mínima	0,00	Duración	Una hora	Fecha realización	Al acabar el cuarto tema del curso (semana undécima)	Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura	Observaciones	
Calif. mínima	0,00													
Duración	Una hora													
Fecha realización	Al acabar el cuarto tema del curso (semana undécima)													
Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura													
Observaciones														
Examen global de la asignatura	Examen escrito	Sí	Sí	52,00										
<table border="1"> <tr> <td>Calif. mínima</td> <td>3,00</td> </tr> <tr> <td>Duración</td> <td>Unas cuatro horas</td> </tr> <tr> <td>Fecha realización</td> <td>En el periodo de exámenes</td> </tr> <tr> <td>Condiciones recuperación</td> <td>En la convocatoria extraordinaria</td> </tr> <tr> <td>Observaciones</td> <td></td> </tr> </table>					Calif. mínima	3,00	Duración	Unas cuatro horas	Fecha realización	En el periodo de exámenes	Condiciones recuperación	En la convocatoria extraordinaria	Observaciones	
Calif. mínima	3,00													
Duración	Unas cuatro horas													
Fecha realización	En el periodo de exámenes													
Condiciones recuperación	En la convocatoria extraordinaria													
Observaciones														
<b>TOTAL</b>				<b>100,00</b>										
<b>Observaciones</b>														
<p><b>PROCEDIMIENTO DE CALIFICACIÓN</b></p> <p>(a) La calificación de la asignatura es la mejor entre:</p> <p>(1) La ponderación de las pruebas y del examen global de acuerdo con los porcentajes indicados.</p> <p>(2) La calificación del examen final, es decir, darle a éste un peso del 100%.</p> <p>(b) Para aprobar la asignatura es necesario que la calificación obtenida con el procedimiento indicado en el apartado (a) sea de al menos 5 puntos y que la calificación del examen global sea de al menos 3 puntos sobre 10.</p> <p>(c) Si un estudiante no obtuviese la calificación mínima requerida en el examen global, la calificación de la asignatura será el menor valor entre 4,9 y la nota alcanzada según el apartado (a).</p> <p>(d) En la convocatoria extraordinaria la nota obtenida en el examen es del 100% de la calificación.</p> <p><b>COMENTARIOS:</b></p> <p>(e) El examen global muestra la capacitación general sobre toda la asignatura, por lo que se exige nota mínima. Por otra parte, el procedimiento de calificación ha sido diseñado para que el estudiante que al final del tiempo lectivo domina la asignatura y obtiene una buena nota en el examen global no vea mermada su calificación en la asignatura por la parte de evaluación continua.</p> <p>(f) La normativa vigente establece que cuando un estudiante no haya realizado actividades de evaluación cuyo peso supere el 50% de la calificación de la asignatura, figurará en su acta como no presentado y que cuando haya realizado pruebas que supongan el referido 50% o más, en el acta figurará la calificación correspondiente. La ponderación de los diversos métodos de evaluación está fijada de modo que quien no se presente al examen global obtenga la calificación de no presentado.</p>														
<b>Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial</b>														

El alumno a tiempo parcial tendrá el mismo procedimiento de evaluación que el estudiante a tiempo completo, lo que le permite al estudiante, en particular, someterse a un proceso de evaluación única, como indica la normativa vigente.

En la convocatoria extraordinaria la calificación del examen es del 100% de la nota.

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA
GAMBOA, J.M. y RUIZ, J.M. (1999). Iniciación al Estudio de las Variedades Diferenciables. Sanz y Torres.
MOORE J. Douglas . (2009). Lectures on Differential Geometry.
WARNER, F.W. (1971). Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups. Scott Foresman.
Complementaria
ABRAHAM, R. and MARSDEN, J.E. (1978). Foundations of Mechanics. Addison-Wesley.
BOOTHBY, W.M. (1975). An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry. Academic Press.
CURTIS, W.D. and MILLER, F.R. (1985). Differential Manifolds and Theoretical Physics. Academic Press.
KOBAYASHI, S. and NOMIZU, K. (Vol. I, 1963, Vol. II, 1969). Foundations of Differential Geometry. Interscience Publ.
MILLMAN, R.S. and PARKER, G.D. (1977). Elements of Differential Geometry. Prentice-Hall.

## 9. SOFTWARE

PROGRAMA / APLICACIÓN	CENTRO	PLANTA	SALA	HORARIO

## 10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

- |   |   |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> Comprensión escrita                 | <input type="checkbox"/> Comprensión oral |
| <input type="checkbox"/> Expresión escrita                              | <input type="checkbox"/> Expresión oral   |
| <input type="checkbox"/> Asignatura íntegramente desarrollada en inglés |   |

**Observaciones**