

## GUÍA DOCENTE ABREVIADA DE LA ASIGNATURA

G88 - Espacios Hilbert

Doble Grado en Física y Matemáticas  
Grado en Matemáticas

Curso Académico 2021-2022

1. DATOS IDENTIFICATIVOS					
Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas			Tipología v Curso	Obligatoria. Curso 3 Obligatoria. Curso 3
Centro	Facultad de Ciencias				
Módulo / materia	MATERIA ANÁLISIS MATEMÁTICO Y ECUACIONES DIFERENCIALES MODULO OBLIGATORIAS				
Código y denominación	G88 - Espacios Hilbert				
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre	Cuatrimestral (1)		
Web					
Idioma de impartición	Español	English friendly	No	Forma de impartición	Presencial

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION				
Profesor responsable	JESUS ARAUJO GOMEZ				
E-mail	jesus.araujo@unican.es				
Número despacho	Facultad de Ciencias. Planta: + 3. DESPACHO DE PROFESORES (3015)				
Otros profesores					

3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE
- Reconocer si un espacio vectorial (o un conjunto en general) tiene estructura de espacio de Hilbert o no.
- Construir bases ortonormales en espacios de Hilbert concretos.
- Descomponer algunos espacios de Hilbert como suma directa de un subespacio cerrado y su ortogonal.
- Encontrar mejores aproximaciones de vectores.
- Utilizar el Teorema de representación de Riesz-Fréchet en casos concretos.
- Estudiar y clasificar operadores (y aplicaciones lineales continuas) en casos concretos, y calcular valores y vectores propios

#### 4. OBJETIVOS

Desarrollar la teoría básica de espacios de Hilbert, con especial énfasis en las diferencias entre los casos finito e infinito dimensionales.

Desarrollar el concepto de base ortonormal. Presentar los ejemplos de bases ortonormales más conocidos.

Estudiar y manejar el concepto de proyección ortogonal.

Comprender y manejar el contexto y el significado del Teorema de representación de Riesz-Fréchet.

Comprender y manejar los conceptos de funcional y de distintos tipos de operadores, y conocer los resultados básicos de la teoría.

#### 6. ORGANIZACIÓN DOCENTE

##### CONTENIDOS

1	Definiciones básicas y ejemplos. Producto escalar en un espacio vectorial, primeras propiedades y ejemplos. Norma de un vector. Ley del paralelogramo. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Identidad de polarización. Sucesiones de Cauchy y sucesiones convergentes. Completitud. Espacios de Hilbert. Ejemplos no completos de espacios de sucesiones y de funciones. Espacios de Hilbert de dimensión infinita: Compleción y espacios de sucesiones de cuadrado sumable ( $l^2$ ) y espacios de funciones de cuadrado integrable ( $L^2$ ).
2	Ortogonalidad en espacios de Hilbert y preHilbert. Vectores ortogonales y ortonormales: definición y ejemplos. Sucesiones ortogonales y ortonormales. Teorema de Pitágoras. Desigualdad de Bessel. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt. El caso finitodimensional. Sumas infinitas en espacios de Hilbert. Sucesiones totales. Bases ortonormales en espacios de Hilbert separables; ejemplos. Identidad de Parseval. Espacios de Hilbert isomorfos. Modelo de espacio de Hilbert separable.
3	Conjuntos convexos cerrados y subespacios cerrados en espacios de Hilbert. Anuladores y suma directa. Subespacios cerrados y completos. Subconjuntos convexos. Definiciones. Vector minimizante. Mejor aproximación. Complemento ortogonal. Teorema de la proyección. Proyección ortogonal.
4	Operadores y funcionales lineales acotados en espacios de Hilbert. Aplicaciones lineales continuas y espacios normados asociados. Espacios dual y bidual. El teorema de Representación de Riesz-Fréchet. El adjunto de un operador. Distintos tipos de operadores. Espectro y resolvente. Operadores compactos. Teorema espectral para operadores compactos autoadjuntos.

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%
Examen parcial	Examen escrito	No	Sí	25,00
Examen parcial	Examen escrito	No	Sí	25,00
Examen final	Examen escrito	Sí	Sí	50,00
<b>TOTAL</b>				<b>100,00</b>
<b>Observaciones</b>				
<p>La evaluación continua se realizará mediante dos pruebas parciales y consistirá en la resolución de problemas relacionados con la materia.</p> <p>Lo siguiente es aplicable tanto en el caso de la convocatoria ordinaria como en el de la extraordinaria:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El examen final (correspondiente a la convocatoria en cuestión) podrá abarcar contenidos de toda la asignatura.</li> <li>- La calificación final de la asignatura en la convocatoria en cuestión se obtendrá mediante el máximo de puntuación obtenida en el examen final correspondiente a la misma y la media ponderada descrita (25% cada examen parcial y 50% el examen final).</li> </ul>				
<b>Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial</b>				
La evaluación de los alumnos a tiempo parcial seguirá las mismas normas que la evaluación de los alumnos a tiempo completo				

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA
<p>Se proporcionarán los materiales escritos necesarios para seguir el curso. No se seguirá fielmente ningún texto. Los libros siguientes contienen en gran medida los temas que serán cubiertos. Nos basamos muy especialmente en el recogido a continuación.</p> <p>S. K. Berberian. Introducción al espacio de Hilbert. Teide, 1970.</p>

Esta es la Guía Docente abreviada de la asignatura. Tienes también publicada en la Web la información más detallada de la asignatura en la Guía Docente Completa.