

Facultad de Ciencias

## GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

G1902 - Measure Theory

Doble Grado en Física y Matemáticas  
Optativa. Curso 5

Grado en Matemáticas  
Optativa. Curso 4

Curso Académico 2021-2022

### 1. DATOS IDENTIFICATIVOS

Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas		Tipología y Curso	Optativa. Curso 5 Optativa. Curso 4
Centro	Facultad de Ciencias			
Módulo / materia	MATERIA AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO Y ECUACIONES DIFERENCIALES MENCION EN MATEMÁTICA PURA Y APLICADA			
Código y denominación	G1902 - Measure Theory			
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre	Cuatrimestral (2)	
Web				
Idioma de impartición	Inglés	Forma de impartición	Presencial	

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION			
Profesor responsable	JESUS ARAUJO GOMEZ			
E-mail	jesus.araujo@unican.es			
Número despacho	Facultad de Ciencias. Planta: + 3. DESPACHO DE PROFESORES (3015)			
Otros profesores				

### 2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Los conocimientos previos necesarios son esencialmente básicos y quedan perfectamente cubiertos con los contenidos de las siguientes asignaturas: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Álgebra lineal I, Ampliación de Cálculo Diferencial, Ampliación de Cálculo Integral y Topología

### 3. COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DEL PLAN DE ESTUDIOS TRABAJADAS

Competencias Genéricas
(Reflexionar) Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
(Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas.
(Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés.
(Aprender) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.
Competencias Específicas
(Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
(Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones.
(Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
(Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
(Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
Competencias Básicas
Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Verificar los teoremas fundamentales en casos concretos y argumentar haciendo uso de los mismos.
- Conseguir un control básico sobre los distintos conceptos que se introducen, y hacer demostraciones de diferentes resultados que se derivan de los explicados en las clases teóricas.
- Adquirir la capacidad de abstracción suficiente como para encuadrar los conocimientos previos sobre integración en un marco más amplio.
- Reconocer si una familia de subconjuntos tiene estructura de sigma-álgebra y construir las sigma-álgebras generadas por familias de subconjuntos. Identificar sigma-álgebras completas y no completas.
- Calcular integrales con respecto a medidas abstractas.
- Relacionar los distintos espacios $L_p$ entre sí. (para diferentes $p$ , y para un mismo $p$ con respecto a diferentes medidas). Calcular la norma en $L_p$ de funciones concretas, en particular el supremo esencial

#### 4. OBJETIVOS

Desarrollar la teoría básica de la integración abstracta, tanto de funciones medibles positivas como con valores complejos.
Desarrollar los teoremas básicos de convergencia y compararlos con los teoremas afines ya conocidos por el alumno.
Conocer el concepto de compleción y estudiarlo en ciertos casos.
Conocer las relación entre los funcionales lineales positivos y su representación como integrales.
Conocer el teorema de Radon-Nikodym y resultados relacionados.
Estudiar las relaciones entre las funciones medibles y las continuas.
Estudiar los espacios $L_p$ generales en un ámbito abstracto.

#### 5. MODALIDADES ORGANIZATIVAS Y MÉTODOS DOCENTES

ACTIVIDADES	HORAS DE LA ASIGNATURA
<b>ACTIVIDADES PRESENCIALES</b>	
HORAS DE CLASE (A)	
- Teoría (TE)	35
- Prácticas en Aula (PA)	25
- Prácticas de Laboratorio Experimental(PLE)	
- Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO)	
- Prácticas Clínicas (CL)	
Subtotal horas de clase	60
<b>ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B)</b>	
- Tutorías (TU)	8
- Evaluación (EV)	8
Subtotal actividades de seguimiento	16
<b>Total actividades presenciales (A+B)</b>	<b>76</b>
<b>ACTIVIDADES NO PRESENCIALES</b>	
Trabajo en grupo (TG)	
Trabajo autónomo (TA)	74
Tutorías No Presenciales (TU-NP)	
Evaluación No Presencial (EV-NP)	
<b>Total actividades no presenciales</b>	<b>74</b>
<b>HORAS TOTALES</b>	<b>150</b>

6. ORGANIZACIÓN DOCENTE													
CONTENIDOS		TE	PA	PLE	PLO	CL	TU	EV	TG	TA	TU- NP	EV- NP	Semana
1	ESPACIOS DE MEDIDA E INTEGRACION ABSTRACTA. Espacios de medida. Concepto de medibilidad. Completitud y regularidad de medidas Integración de funciones positivas. Integración de funciones complejas. Teoremas de convergencia. Espacios Lp: desigualdades básicas y completitud.	19,00	13,00	0,00	0,00	0,00	4,00	4,00	0,00	40,00	0,00	0,00	1-8
2	MEDIDAS DE BOREL Y MEDIDAS SIGNADAS. El Teorema de Representación de Riesz (medidas positivas). Propiedades de regularidad de las medidas de Borel. Medida de Lebesgue y sigma-álgebras asociadas Propiedades de continuidad de las funciones medibles. Medidas signadas y descomposición de Hahn. El Teorema de Radon-Nikodym. Descomposiciones de Jordan y Lebesgue. Medida producto y Teorema de Fubini	16,00	12,00	0,00	0,00	0,00	4,00	4,00	0,00	34,00	0,00	0,00	9-15
TOTAL DE HORAS		35,00	25,00	0,00	0,00	0,00	8,00	8,00	0,00	74,00	0,00	0,00	
Esta organización tiene carácter orientativo.													

Ante la situación incierta de que las medidas de distanciamiento social establecidas por las autoridades sanitarias no permitan desarrollar alguna actividad docente de forma presencial en el aula para todos los estudiantes matriculados, se adoptará una modalidad mixta de docencia que combine esta docencia presencial en el aula con docencia a distancia. De la misma manera, la tutorización podrá ser sustituida por tutorización a distancia utilizando medios telemáticos.

TE	Horas de teoría
PA	Horas de prácticas en aula
PLE	Horas de prácticas de laboratorio experimental
PLO	Horas de prácticas de laboratorio en ordenador
CL	Horas de prácticas clínicas
TU	Horas de tutoría
EV	Horas de evaluación
TG	Horas de trabajo en grupo
TA	Horas de trabajo autónomo
TU-NP	Tutorías No Presenciales
EV-NP	Evaluación No Presencial

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%										
Ejercicios a entregar periódicamente	Actividad de evaluación con soporte virtual	No	Sí	50,00										
<table border="1"> <tr> <td>Calif. mínima</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>Duración</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Fecha realización</td> <td>A lo largo del curso</td> </tr> <tr> <td>Condiciones recuperación</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Observaciones</td> <td></td> </tr> </table>		Calif. mínima	0,00	Duración		Fecha realización	A lo largo del curso	Condiciones recuperación		Observaciones				
Calif. mínima	0,00													
Duración														
Fecha realización	A lo largo del curso													
Condiciones recuperación														
Observaciones														
Examen final	Examen escrito	Sí	Sí	50,00										
<table border="1"> <tr> <td>Calif. mínima</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>Duración</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Fecha realización</td> <td>Determinada por el Centro</td> </tr> <tr> <td>Condiciones recuperación</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Observaciones</td> <td></td> </tr> </table>		Calif. mínima	0,00	Duración		Fecha realización	Determinada por el Centro	Condiciones recuperación		Observaciones				
Calif. mínima	0,00													
Duración														
Fecha realización	Determinada por el Centro													
Condiciones recuperación														
Observaciones														
<b>TOTAL</b>				<b>100,00</b>										
<b>Observaciones</b>														
<p>Lo siguiente es aplicable tanto en el caso de la convocatoria ordinaria como en el de la extraordinaria:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El examen final (correspondiente a la convocatoria en cuestión) podrá abarcar contenidos de toda la asignatura.</li> <li>- La calificación final de la asignatura en la convocatoria en cuestión se obtendrá mediante el máximo de puntuación obtenida en el examen final correspondiente a la misma y la media ponderada descrita (50% ejercicios a entregar y 50% el examen final).</li> </ul>														
<b>Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial</b>														
La evaluación de los alumnos a tiempo parcial seguirá las mismas normas que la evaluación de los alumnos a tiempo completo														

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA
Se proporcionarán los materiales escritos necesarios para seguir el curso. No se seguirá fielmente ningún texto. Los libros siguientes contienen en gran medida los temas que serán cubiertos.
G. de Barra. Introduction to measure theory. Van Nostrand 1974
Este libro tiene una segunda edición con otro título: G. de Barra. Measure theory and integration. Ellis Horwood 1981
Complementaria
S. Axler. Measure, integration and real analysis. Springer, 2020 Este libro ha sido publicado bajo una Creative Commons Attribution-NonCommercial license. y puede descargarse gratuitamente desde la página web de su autor.
S. Berberian. Measure and integration. AMS Chelsea (1965, Reprinted 2011)
M. Capinski, E. Kopp. Measure, Integral and Probability (2nd ed.) Springer 2004
D. L. Cohn. Measure theory (2nd ed.) Birkhauser 2013
W. Rudin. Real and complex analysis (3 ed.), McGraw-Hill, 1988

### 9. SOFTWARE

PROGRAMA / APLICACIÓN	CENTRO	PLANTA	SALA	HORARIO
-----------------------	--------	--------	------	---------

### 10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Comprensión escrita                                       | <input type="checkbox"/> Comprensión oral |
| <input type="checkbox"/> Expresión escrita   | <input type="checkbox"/> Expresión oral   |
| <input checked="" type="checkbox"/> Asignatura íntegramente desarrollada en inglés |   |

**Observaciones**