

Facultad de Ciencias

## GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

G88 - Espacios Hilbert

Doble Grado en Física y Matemáticas  
Obligatoria. Curso 3

Grado en Matemáticas  
Obligatoria. Curso 3

Curso Académico 2021-2022

### 1. DATOS IDENTIFICATIVOS

Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas		Tipología y Curso	Obligatoria. Curso 3 Obligatoria. Curso 3
Centro	Facultad de Ciencias			
Módulo / materia	MATERIA ANÁLISIS MATEMÁTICO Y ECUACIONES DIFERENCIALES MODULO OBLIGATORIAS			
Código y denominación	G88 - Espacios Hilbert			
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre	Cuatrimestral (1)	
Web				
Idioma de impartición	Español	English friendly	No	Forma de impartición Presencial

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION			
Profesor responsable	JESUS ARAUJO GOMEZ			
E-mail	jesus.araujo@unican.es			
Número despacho	Facultad de Ciencias. Planta: + 3. DESPACHO DE PROFESORES (3015)			
Otros profesores				

### 2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Los conocimientos previos necesarios son esencialmente básicos y quedan perfectamente cubiertos con los contenidos de las siguientes asignaturas: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Álgebra lineal I y II, Ampliación de Cálculo Diferencial, Ampliación de Cálculo Integral y Topología

### 3. COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DEL PLAN DE ESTUDIOS TRABAJADAS

<b>Competencias Genéricas</b>
(Reflexionar) Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
(Aprender) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.
(Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas.
(Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés.
<b>Competencias Específicas</b>
(Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
(Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones.
(Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
(Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
(Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
<b>Competencias Básicas</b>
Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Reconocer si un espacio vectorial (o un conjunto en general) tiene estructura de espacio de Hilbert o no.
- Construir bases ortonormales en espacios de Hilbert concretos.
- Descomponer algunos espacios de Hilbert como suma directa de un subespacio cerrado y su ortogonal.
- Encontrar mejores aproximaciones de vectores.
- Utilizar el Teorema de representación de Riesz-Fréchet en casos concretos.
- Estudiar y clasificar operadores (y aplicaciones lineales continuas) en casos concretos, y calcular valores y vectores propios

#### 4. OBJETIVOS

Desarrollar la teoría básica de espacios de Hilbert, con especial énfasis en las diferencias entre los casos finito e infinito dimensionales.
Desarrollar el concepto de base ortonormal. Presentar los ejemplos de bases ortonormales más conocidos.
Estudiar y manejar el concepto de proyección ortogonal.
Comprender y manejar el contexto y el significado del Teorema de representación de Riesz-Fréchet.
Comprender y manejar los conceptos de funcional y de distintos tipos de operadores, y conocer los resultados básicos de la teoría.

**5. MODALIDADES ORGANIZATIVAS Y MÉTODOS DOCENTES**

ACTIVIDADES	HORAS DE LA ASIGNATURA
<b>ACTIVIDADES PRESENCIALES</b>	
HORAS DE CLASE (A)	
- Teoría (TE)	39
- Prácticas en Aula (PA)	21
- Prácticas de Laboratorio Experimental(PLE)	
- Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO)	
- Prácticas Clínicas (CL)	
Subtotal horas de clase	60
<b>ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B)</b>	
- Tutorías (TU)	8
- Evaluación (EV)	8
Subtotal actividades de seguimiento	16
<b>Total actividades presenciales (A+B)</b>	<b>76</b>
<b>ACTIVIDADES NO PRESENCIALES</b>	
Trabajo en grupo (TG)	
Trabajo autónomo (TA)	74
Tutorías No Presenciales (TU-NP)	
Evaluación No Presencial (EV-NP)	
<b>Total actividades no presenciales</b>	<b>74</b>
<b>HORAS TOTALES</b>	<b>150</b>

**6. ORGANIZACIÓN DOCENTE**

CONTENIDOS		TE	PA	PLE	PLO	CL	TU	EV	TG	TA	TU- NP	EV- NP	Semana
1	Definiciones básicas y ejemplos. Producto escalar en un espacio vectorial, primeras propiedades y ejemplos. Norma de un vector. Ley del paralelogramo. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Identidad de polarización. Sucesiones de Cauchy y sucesiones convergentes. Completitud. Espacios de Hilbert. Ejemplos no completos de espacios de sucesiones y de funciones. Espacios de Hilbert de dimensión infinita: Compleción y espacios de sucesiones de cuadrado sumable ( $l^2$ ) y espacios de funciones de cuadrado integrable ( $L^2$ ).	11,00	5,00	0,00	0,00	0,00	2,50	2,50	0,00	22,00	0,00	0,00	1-4
2	Ortogonalidad en espacios de Hilbert y preHilbert. Vectores ortogonales y ortonormales: definición y ejemplos. Sucesiones ortogonales y ortonormales. Teorema de Pitágoras. Desigualdad de Bessel. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt. El caso finitodimensional. Sumas infinitas en espacios de Hilbert. Sucesiones totales. Bases ortonormales en espacios de Hilbert separables; ejemplos. Identidad de Parseval. Espacios de Hilbert isomorfos. Modelo de espacio de Hilbert separable.	8,00	5,00	0,00	0,00	0,00	1,50	1,50	0,00	15,00	0,00	0,00	5-7
3	Conjuntos convexos cerrados y subespacios cerrados en espacios de Hilbert. Anuladores y suma directa. Subespacios cerrados y completos. Subconjuntos convexos. Definiciones. Vector minimizante. Mejor aproximación. Complemento ortogonal. Teorema de la proyección. Proyección ortogonal.	8,00	5,00	0,00	0,00	0,00	1,50	1,50	0,00	15,00	0,00	0,00	8-10
4	Operadores y funcionales lineales acotados en espacios de Hilbert. Aplicaciones lineales continuas y espacios normados asociados. Espacios dual y bidual. El teorema de Representación de Riesz-Fréchet. El adjunto de un operador. Distintos tipos de operadores. Espectro y resolvente. Operadores compactos. Teorema espectral para operadores compactos autoadjuntos.	12,00	6,00	0,00	0,00	0,00	2,50	2,50	0,00	22,00	0,00	0,00	11-15
<b>TOTAL DE HORAS</b>		<b>39,00</b>	<b>21,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>8,00</b>	<b>8,00</b>	<b>0,00</b>	<b>74,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	

Esta organización tiene carácter orientativo.

Ante la situación incierta de que las medidas de distanciamiento social establecidas por las autoridades sanitarias no permitan desarrollar alguna actividad docente de forma presencial en el aula para todos los estudiantes matriculados, se adoptará una modalidad mixta de docencia que combine esta docencia presencial en el aula con docencia a distancia. De la misma manera, la tutorización podrá ser sustituida por tutorización a distancia utilizando medios telemáticos.

TE	Horas de teoría
PA	Horas de prácticas en aula
PLE	Horas de prácticas de laboratorio experimental
PLO	Horas de prácticas de laboratorio en ordenador
CL	Horas de prácticas clínicas
TU	Horas de tutoría
EV	Horas de evaluación
TG	Horas de trabajo en grupo
TA	Horas de trabajo autónomo
TU-NP	Tutorías No Presenciales
EV-NP	Evaluación No Presencial

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%
Examen parcial	Examen escrito	No	Sí	25,00
Calif. mínima	0,00			
Duración				
Fecha realización	Tras la impartición de los temas 1 y 2			
Condiciones recuperación				
Observaciones				
Examen parcial	Examen escrito	No	Sí	25,00
Calif. mínima	0,00			
Duración				
Fecha realización	Antes de acabar el curso			
Condiciones recuperación				
Observaciones	Este examen parcial se basará en contenidos de los temas 3 y 4			
Examen final	Examen escrito	Sí	Sí	50,00
Calif. mínima	0,00			
Duración				
Fecha realización	Determinado por el centro			
Condiciones recuperación				
Observaciones				
<b>TOTAL</b>				<b>100,00</b>
<b>Observaciones</b>				
La evaluación continua se realizará mediante dos pruebas parciales y consistirá en la resolución de problemas relacionados con la materia.				
Lo siguiente es aplicable tanto en el caso de la convocatoria ordinaria como en el de la extraordinaria:				
- El examen final (correspondiente a la convocatoria en cuestión) podrá abarcar contenidos de toda la asignatura.				
- La calificación final de la asignatura en la convocatoria en cuestión se obtendrá mediante el máximo de puntuación obtenida en el examen final correspondiente a la misma y la media ponderada descrita (25% cada examen parcial y 50% el examen final).				
<b>Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial</b>				
La evaluación de los alumnos a tiempo parcial seguirá las mismas normas que la evaluación de los alumnos a tiempo completo				

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

### BÁSICA

Se proporcionarán los materiales escritos necesarios para seguir el curso. No se seguirá fielmente ningún texto. Los libros siguientes contienen en gran medida los temas que serán cubiertos. Nos basamos muy especialmente en el recogido a continuación.

S. K. Berberian. Introducción al espacio de Hilbert. Teide, 1970.

Complementaria
J. B. Conway. A course in Functional Analysis (2nd ed.),. Springer, 1990
C. L. DeVito. Functional analysis and linear operator theory. Addison-Wesley, 1990.
R. Larsen. Functional analysis: an introduction. Dekker, 1973.

### 9. SOFTWARE

PROGRAMA / APLICACIÓN	CENTRO	PLANTA	SALA	HORARIO
-----------------------	--------	--------	------	---------

### 10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

- |   |   |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> Comprensión escrita                 | <input type="checkbox"/> Comprensión oral |
| <input type="checkbox"/> Expresión escrita                              | <input type="checkbox"/> Expresión oral   |
| <input type="checkbox"/> Asignatura íntegramente desarrollada en inglés |   |

**Observaciones**