

## GUÍA DOCENTE ABREVIADA DE LA ASIGNATURA

### G96 - Geometría de Curvas y Superficies

Doble Grado en Física y Matemáticas

Grado en Matemáticas

Grado en Matemáticas

Curso Académico 2024-2025

| 1. DATOS IDENTIFICATIVOS |   |                  |                   |                      |  |
|--------------------------|---|------------------|-------------------|----------------------|--|
| Título/s                 | Doble Grado en Física y Matemáticas<br>Grado en Matemáticas<br>Grado en Matemáticas |                  |                   | Tipología<br>y Curso | Obligatoria. Curso 3<br>Obligatoria. Curso 2 |
| Centro                   | Facultad de Ciencias  |                  |                   |                      |  |
| Módulo / materia         | MATERIA GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA<br>MODULO OBLIGATORIAS                                |                  |                   |                      |  |
| Código<br>y denominación | G96 - Geometría de Curvas y Superficies   |                  |                   |                      |  |
| Créditos ECTS            | 6   | Cuatrimestre     | Cuatrimestral (2) |                      |  |
| Web                      |   |                  |                   |                      |  |
| Idioma<br>de impartición | Español   | English friendly | Sí                | Forma de impartición | Presencial                                   |

|                      |  |  |  |  |  |
|----------------------|--|--|--|--|--|
| Departamento         | DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION       |  |  |  |  |
| Profesor responsable | FERNANDO ETAYO GORDEJUELA                          |  |  |  |  |
| E-mail               | fernando.etayo@unican.es                           |  |  |  |  |
| Número despacho      | Facultad de Ciencias. Planta: + 1. DESPACHO (1048) |  |  |  |  |
| Otros profesores     |  |  |  |  |  |

### 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva regular en el espacio y parametrizarla por la longitud de arco.
- Saber realizar el cálculo del triedro de Frenet, las fórmulas de Frenet, la curvatura y la torsión de una curva, y reconocer ciertas curvas conociendo su curvatura y torsión.
- Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie regular en el espacio, y manejar el plano tangente y la recta normal de una superficie en un punto.
- Saber realizar el cálculo de las formas fundamentales, curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales de una superficie.
- Clasificar los puntos de una superficie, determinar la indicatriz de Dupin, encontrar las líneas de curvatura, y las direcciones asintóticas y conjugadas.
- Utilizar los anteriores invariantes para reconocer una superficie y representarla gráficamente.
- Construir ejemplos de superficies de revolución, regladas, desarrollables y minimales.
- Conocer los teoremas egregio de Gauss y fundamental de superficies.

### 4. OBJETIVOS

- Utilizar el Cálculo Diferencial e Integral y la Topología para el estudio de curvas y superficies en el espacio real tridimensional.
- Conocer y manejar los conceptos y resultados básicos de la Teoría de Curvas y Superficies.
- Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas y manejar la aplicabilidad de sus resultados a la resolución de problemas geométricos.
- Saber distinguir entre propiedades intrínsecas y extrínsecas de una superficie.

| 6. ORGANIZACIÓN DOCENTE |  |
|-------------------------|--|
| CONTENIDOS              |  |
| 1                       | GEOMETRÍA VECTORIAL DE $\mathbb{R}^2$ Y $\mathbb{R}^3$ : Producto escalar. Orientación en $\mathbb{R}^3$ . Producto vectorial. Producto mixto. Funciones vectoriales de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}^3$ .   |
| 2                       | CURVAS REGULARES: Curva parametrizada. Cambio admisible de parámetro. Curva regular. Longitud de arco. Parametrización natural.  |
| 3                       | CURVATURA Y TORSIÓN: Vector tangente. Recta tangente. Plano normal. Vector de curvatura. Curvatura. Radio de curvatura. Punto de inflexión. Circunferencia osculatriz. Vector normal principal. Vector binormal. Triedro de Frenet. Torsión. Indicatrices esféricas. |
| 4                       | FÓRMULAS DE FRENET: Fórmulas de Frenet. Ecuaciones intrínsecas de una curva. Teorema fundamental de la teoría de curvas.   |
| 5                       | CURVAS NOTABLES: Hélices circulares. Hélices generalizadas. Curvas de Bertrand. Evolutas y evolventes. Curvas planas: Teoremas globales.   |
| 6                       | APLICACIONES DE $\mathbb{R}^2$ EN $\mathbb{R}^3$ : Derivadas parciales. Matriz Jacobiana. Regla de la cadena.  |
| 7                       | EL CONCEPTO DE SUPERFICIE: Superficies simples y de Monge. Superficies regulares. Superficies implícitas. Plano tangente y recta normal.   |
| 8                       | FORMAS FUNDAMENTALES: La primera forma fundamental. La segunda forma fundamental. Ecuaciones de Gauss y Weingarten. Símbolos de Christoffel.   |
| 9                       | CURVATURA NORMAL Y APLICACIÓN DE WEINGARTEN: Curvatura normal. Geometría intrínseca. Teorema de Meusnier. Aplicación de Weingarten.  |
| 10                      | CURVATURAS Y DIRECCIONES PRINCIPALES: Curvaturas principales, de Gauss y media. Teorema de Euler. Clasificación de los puntos de una superficie. Indicatriz de Dupin. Direcciones asintóticas y conjugadas. Líneas de curvatura. Teorema de Olinde Rodrigues.        |
| 11                      | SUPERFICIES NOTABLES: Superficies de revolución, regladas, desarrollables y minimales.   |
| 12                      | TEOREMA EGREGIO DE GAUSS Y TEOREMA FUNDAMENTAL DE SUPERFICIES:   |
| 13                      | EXAMEN FINAL   |

| 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN  |                |             |          |        |
|--|----------------|-------------|----------|--------|
| Descripción  | Tipología      | Eval. Final | Recuper. | %      |
| Prueba escrita en aula   | Examen escrito | No          | Sí       | 16,00  |
| Prueba escrita en aula   | Examen escrito | No          | Sí       | 16,00  |
| Prueba escrita en aula   | Examen escrito | No          | Sí       | 16,00  |
| Examen global de la asignatura   | Examen escrito | Sí          | Sí       | 52,00  |
| TOTAL  |                |             |          | 100,00 |
| Observaciones  |                |             |          |        |
| <p><b>PROCEDIMIENTO DE CALIFICACIÓN</b></p> <p>(a) La calificación de la asignatura es la mejor entre:</p> <p>(1) La ponderación de las pruebas y del examen global de acuerdo con los porcentajes indicados.</p> <p>(2) La calificación del examen final, es decir, darle a éste un peso del 100%.</p> <p>(b) Para aprobar la asignatura es necesario que la calificación obtenida con el procedimiento indicado en el apartado (a) sea de al menos 5 puntos y que la calificación del examen global sea de al menos 3 puntos sobre 10.</p> <p>(c) Si un estudiante no obtuviese la calificación mínima requerida en el examen global, la calificación de la asignatura será el menor valor entre 4,9 y la nota alcanzada según el apartado (a).</p> <p>(d) En la convocatoria extraordinaria la calificación es exactamente el 100% de la nota obtenida en el examen.</p> <p><b>COMENTARIOS:</b></p> <p>(e) El examen global muestra la capacitación general sobre toda la asignatura, por lo que se exige nota mínima. Por otra parte, el procedimiento de calificación ha sido diseñado para que el estudiante que al final del tiempo lectivo domina la asignatura y obtiene una buena nota en el examen global no vea mermada su calificación en la asignatura por la parte de evaluación continua.</p> <p>(f) La normativa vigente establece que cuando un estudiante no haya realizado actividades de evaluación cuyo peso supere el 50% de la calificación de la asignatura, figurará en su acta como no presentado y que cuando haya realizado pruebas que supongan el referido 50% o más, en el acta figurará la calificación correspondiente. La ponderación de los diversos métodos de evaluación está fijada de modo que quien no se presente al examen global obtenga la calificación de no presentado.</p> |                |             |          |        |
| <b>Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial</b>   |                |             |          |        |
| El alumno a tiempo parcial tendrá el mismo procedimiento de evaluación que el estudiante a tiempo completo, lo que le permite al estudiante, en particular, someterse a un proceso de evaluación única, como indica la normativa vigente.  |                |             |          |        |

| 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS  |
|--|
| <b>BÁSICA</b>  |
| DO CARMO, M. (1990). Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Alianza.             |
| LIPSCHUTZ, M. (1990). Geometría Diferencial. Schaumm-McGraw Hill.                        |
| MILLMAN, R.S. and PARKER, G.D. (1977). Elements of Differential Geometry. Prentice-Hall. |

Esta es la Guía Docente abreviada de la asignatura. Tienes también publicada en la Web la información más detallada de la asignatura en la Guía Docente Completa.