Facultad de Ciencias

# GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

## G88 - Espacios Hilbert

Doble Grado en Física y Matemáticas
Obligatoria. Curso 4

Grado en Matemáticas
Obligatoria. Curso 3

Grado en Matemáticas
Obligatoria. Curso 3

Curso Académico 2024-2025

| 1. DATOS IDENTIFICATIVOS | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Título/s | Doble Grado en Física y Matemáticas<br>Grado en Matemáticas<br>Grado en Matemáticas | | | Tipología y Curso | Obligatoria. Curso 4<br>Obligatoria. Curso 3 |
| Centro | Facultad de Ciencias | | | | |
| Módulo / materia | MATERIA ANÁLISIS MATEMÁTICO Y ECUACIONES DIFERENCIALES<br>MODULO OBLIGATORIAS | | | | |
| Código y denominación | G88 - Espacios Hilbert | | | | |
| Créditos ECTS | 6 | Cuatrimestre | | Cuatrimestral (1) | |
| Web | | | | | |
| Idioma de impartición | Español | English friendly | No | Forma de impartición | Presencial |

| | |
|---|---|
| Departamento | DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION |
| Profesor responsable | JESUS ARAUJO GOMEZ |
| E-mail | jesus.araujo@unican.es |
| Número despacho | Facultad de Ciencias. Planta: + 3. DESPACHO DE PROFESORES (3015) |
| Otros profesores | |

## 2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Los conocimientos previos necesarios son esencialmente básicos y quedan perfectamente cubiertos con los contenidos de las siguientes asignaturas: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Álgebra lineal I y II, Ampliación de Cálculo Diferencial, Ampliación de Cálculo Integral y Topología

| 3. COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DEL PLAN DE ESTUDIOS TRABAJADAS |
| --- |
| Competencias Genéricas |
| (Reflexionar) Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes , dentro del área de las Matemáticas, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética. |
| (Aprender) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía. |
| (Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas. |
| (Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés. |
| Competencias Específicas |
| (Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático. |
| (Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones. |
| (Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos. |
| (Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos. |
| (Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos. |
| Competencias Básicas |
| Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio. |
| Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. |

| 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE |
| --- |
| - Reconocer si un espacio vectorial (o un conjunto en general) tiene estructura de espacio de Hilbert o no. |
| - Construir bases ortonormales en espacios de Hilbert concretos. |
| - Descomponer algunos espacios de Hilbert como suma directa de un subespacio cerrado y su ortogonal. |
| - Encontrar mejores aproximaciones de vectores. |
| - Utilizar el Teorema de representación de Riesz-Fréchet en casos concretos. |
| - Estudiar y clasificar operadores (y aplicaciones lineales continuas) en casos concretos, y calcular valores y vectores propios |

| 4. OBJETIVOS |
| --- |
| Desarrollar la teoría básica de espacios de Hilbert, con especial énfasis en las diferencias entre los casos finito e infinito dimensionales. |
| Desarrollar el concepto de base ortonormal. Presentar los ejemplos de bases ortonormales más conocidos. |
| Estudiar y manejar el concepto de proyección ortogonal. |
| Comprender y manejar el contexto y el significado del Teorema de representación de Riesz-Fréchet. |
| Comprender y manejar los conceptos de funcional y de distintos tipos de operadores, y conocer  los resultados básicos de la teoría. |

| 5. MODALIDADES ORGANIZATIVAS Y MÉTODOS DOCENTES | |
|---|---|
| ACTIVIDADES | HORAS DE LA ASIGNATURA |
| ACTIVIDADES PRESENCIALES | |
| HORAS DE CLASE (A) | |
| - Teoría (TE) | 39 |
| - Prácticas en Aula (PA) | 21 |
| - Prácticas de Laboratorio Experimental(PLE) | |
| - Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO) | |
| - Prácticas Clínicas (CL) | |
| Subtotal horas de clase | 60 |
| ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B) | |
| - Tutorías (TU) | 8 |
| - Evaluación (EV) | 8 |
| Subtotal actividades de seguimiento | 16 |
| **Total actividades presenciales (A+B)** | 76 |
| ACTIVIDADES NO PRESENCIALES | |
| Trabajo en grupo (TG) | |
| Trabajo autónomo (TA) | 74 |
| Tutorías No Presenciales (TU-NP) | |
| Evaluación No Presencial (EV-NP) | |
| **Total actividades no presenciales** | 74 |
| **HORAS TOTALES** | 150 |

## 6. ORGANIZACIÓN DOCENTE

| | CONTENIDOS | TE | PA | PLE | PLO | CL | TU | EV | TG | TA | TU-NP | EV-NP | Semana |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Definiciones básicas y ejemplos. Producto escalar en un espacio vectorial, primeras propiedades y ejemplos. Norma de un vector. Ley del paralelogramo. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Identidad de polarización. Sucesiones de Cauchy y sucesiones convergentes. Completitud. Espacios de Hilbert. Ejemplos no completos de espacios de sucesiones y de funciones. Espacios de Hilbert de dimensión infinita: Compleción y espacios de sucesiones de cuadrado sumable (l^2) y espacios de funciones de cuadrado integrable (L^2). | 11,00 | 5,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 2,50 | 2,50 | 0,00 | 22,00 | 0,00 | 0,00 | 1-4 |
| 2 | Ortogonalidad en espacios de Hilbert y preHilbert. Vectores ortogonales y ortonormales: definición y ejemplos. Sucesiones ortogonales y ortonormales. Teorema de Pitágoras. Desigualdad de Bessel. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt. El caso finitodimensional. Sumas infinitas en espacios de Hilbert. Sucesiones totales. Bases ortonormales en espacios de Hilbert separables; ejemplos. Identidad de Parseval. Espacios de Hilbert isomorfos. Modelo de espacio de Hilbert separable. | 8,00 | 5,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,50 | 1,50 | 0,00 | 15,00 | 0,00 | 0,00 | 5-7 |
| 3 | Conjuntos convexos cerrados y subespacios cerrados en espacios de Hilbert. Anuladores y suma directa. Subespacios cerrados y completos. Subconjuntos convexos. Definiciones. Vector minimizante. Mejor aproximación. Complemento ortogonal. Teorema de la proyección. Proyección ortogonal. | 8,00 | 5,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,50 | 1,50 | 0,00 | 15,00 | 0,00 | 0,00 | 8-10 |
| 4 | Operadores y funcionales lineales acotados en espacios de Hilbert. Aplicaciones lineales continuas y espacios normados asociados. Espacios dual y bidual. El teorema de Representación de Riesz-Fréchet. El adjunto de un operador. Distintos tipos de operadores. Espectro y resolvente. Operadores compactos. Teorema espectral para operadores compactos autoadjuntos. | 12,00 | 6,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 2,50 | 2,50 | 0,00 | 22,00 | 0,00 | 0,00 | 11-15 |
| TOTAL DE HORAS | | 39,00 | 21,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 8,00 | 8,00 | 0,00 | 74,00 | 0,00 | 0,00 | |

Esta organización tiene carácter orientativo.

| | |
|---|---|
| TE | Horas de teoría |
| PA | Horas de prácticas en aula |
| PLE | Horas de prácticas de laboratorio experimental |
| PLO | Horas de prácticas de laboratorio en ordenador |
| CL | Horas de prácticas clínicas |
| TU | Horas de tutoría |
| EV | Horas de evaluación |
| TG | Horas de trabajo en grupo |
| TA | Horas de trabajo autónomo |
| TU-NP | Tutorías No Presenciales |
| EV-NP | Evaluación No Presencial |

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

| Descripción | Tipología | Eval. Final | Recuper. | % |
|---|---|---|---|---|
| Examen parcial | Examen escrito | No | Sí | 40,00 |

| | |
|---|---|
| Calif. mínima | 0,00 |
| Duración | 1,5 horas |
| Fecha realización | Tras la impartición de los temas 1 y 2 |
| Condiciones recuperación | En el examen final de la convocatoria ordinaria y/o extraordinaria |
| Observaciones | - En la prueba no se permitirá el uso de apuntes ni de calculadora.<br>- En aquellos casos en que se juzgue necesario, para determinar la calificación podrá solicitarse a título individual la defensa oral de lo entregado en la prueba escrita. |

| Descripción | Tipología | Eval. Final | Recuper. | % |
|---|---|---|---|---|
| Examen final | Examen escrito | Sí | Sí | 60,00 |

| | |
|---|---|
| Calif. mínima | 0,00 |
| Duración | 3 horas |
| Fecha realización | Determinado por el centro |
| Condiciones recuperación | En el examen final de la convocatoria extraordinaria |
| Observaciones | - En la prueba no se permitirá el uso de apuntes ni de calculadora.<br>- En aquellos casos en que se juzgue necesario, para determinar la calificación podrá solicitarse a título individual la defensa oral de lo entregado en la prueba escrita. |

**TOTAL** 100,00

**Observaciones**

La evaluación continua se realizará mediante una prueba parcial y consistirá en la resolución de problemas relacionados con la materia.

Lo siguiente es aplicable tanto en el caso de la convocatoria ordinaria como en el de la extraordinaria:
- El examen final (correspondiente a la convocatoria en cuestión) podrá abarcar contenidos de toda la asignatura.
- La calificación final de la asignatura en la convocatoria en cuestión se obtendrá mediante el máximo de puntuación obtenida en el examen final correspondiente a la misma y la media ponderada descrita (40% el examen parcial y 60% el examen final).

**Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial**

La evaluación de los alumnos a tiempo parcial seguirá las mismas normas que la evaluación de los alumnos a tiempo completo

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

**BÁSICA**

Se proporcionarán los materiales escritos necesarios para seguir el curso. No se seguirá fielmente ningún texto. Los libros siguientes contienen en gran medida los temas que serán cubiertos. Nos basamos muy especialmente en el recogido a continuación.

S. K. Berberian. Introducción al espacio de Hilbert. Teide, 1970.

| Complementaria |
|---|
| J. B. Conway. A course in Functional Analysis (2nd ed.),. Springer, 1990 |
| C. L. DeVito. Functional analysis and linear operator theory. Addison-Wesley, 1990. |
| R. Larsen. Functional analysis: an introduction. Dekker, 1973. |
| J. B. Conway. A course in Functional Analysis (2nd ed.),. Springer, 1990 |
| C. L. DeVito. Functional analysis and linear operator theory. Addison-Wesley, 1990. |
| R. Larsen. Functional analysis: an introduction. Dekker, 1973. |
| J. B. Conway. A course in Functional Analysis (2nd ed.),. Springer, 1990 |
| C. L. DeVito. Functional analysis and linear operator theory. Addison-Wesley, 1990. |
| R. Larsen. Functional analysis: an introduction. Dekker, 1973. |

## 9. SOFTWARE

| PROGRAMA / APLICACIÓN | CENTRO | PLANTA | SALA | HORARIO |
|---|---|---|---|---|

## 10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

☑ Comprensión escrita ☐ Comprensión oral
☐ Expresión escrita ☐ Expresión oral
☐ Asignatura íntegramente desarrollada en inglés

**Observaciones**