Facultad de Ciencias

GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

G92 - Álgebra Conmutativa

Doble Grado en Física y Matemáticas
Obligatoria. Curso 4

Grado en Matemáticas
Obligatoria. Curso 3

Grado en Matemáticas
Obligatoria. Curso 3

Curso Académico 2024-2025

1. DATOS IDENTIFICATIVOS						
Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas Grado en Matemáticas			Tipología y Curso	Obligatoria. Curso 4 Obligatoria. Curso 3	
Centro	Facultad de Ciencias					
Módulo / materia	MATERIA ÁLGEBRA MODULO OBLIGATORIAS					
Código y denominación	G92 - Álgebra Conmutativa					
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre		Cuatrimestral (2)		
Web						
Idioma de impartición	Español	English friendly	No	Forma de impartición	Presencial	

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION
Profesor responsable	LUIS MIGUEL PARDO VASALLO
E-mail	luis.pardo@unican.es
Número despacho	
Otros profesores	

2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

El alumno deberá conocer los contenidos de las asignaturas de Álgebra Lineal I y II, Introducción al Lenguaje Matemático, Estructuras Algebraicas y Teoría de Galois.

3. COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DEL PLAN DE ESTUDIOS TRABAJADAS
Competencias Genéricas
(Aplicar) Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.
(Comunicar) Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.
(Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas.
(Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés.
Competencias Específicas
(Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
(Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones.
(Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
(Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
(Conocer demostraciones) Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
(Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE
- Disponer de una amplia colección de ejemplos paradigmáticos de grupos, anillos, dominios, etc y discernir las propiedades algebraicas que posee
- Saber operar en anillos conmutativos con unidad, como generalización de los anillos de polinomios.
- Conocer el vocabulario elemental de las variedades algebraicas como generalización del conjunto de raíces de una ecuación algebraica.
- Conectar las ideas y términos propios del Álgebra Conmutativa y de la geometría de las Variedades Algebraicas.
- . Anillos de polinomios y cuerpo de funciones racionales.
- Introducción al lenguaje elemental de la Geometría algebraica, del Álgebra Conmutativa y de la Teoría Algebraica de Números. Variedades algebraicas. Anillos conmutativos con unidad. Ideales. Módulos. Primos y primarios. Enteros algebraicos en un cuerpo de números. Algoritmos.

4. OBJETIVOS
Conocer la noción de determinante de un endomorfismo entre módulos de rango finito y saber demostrar sus propiedades, entre las cuales debe estar el Teorema de Hamilton-Cayley.
Conocer y saber demostrar propiedades sobre dominios euclídeos, dominios de ideales principales y dominios de factorización única. Conocer ejemplos procedentes de Teoría de Números o de la Geometría Algebraica.
Conocer y saber demostrar la existencia de la Forma Normal de Schmidt y sus implicaciones en la clasificación de grupos abelianos finitamente generados, en Teoría del Endomorfismo y en la resolución de ecuaciones lineales diofánticas.
Conocer la forma general del Teorema Chino de los Restos y sus implicaciones en Teoría de Números y en la existencia de la Forma Canónica de Jordan.
Conocer alguna demostración elemental del Nullstellensatz y su significado geométrico.
Conocer nociones y demostraciones básicas de anillos noetherianos. Conocer alguna demostración del Teorema de Lasker-Noether.
Conocer los resultados básicos del álgebra conmutativa como disciplina propia así como su relación con otras áreas de las matemáticas.
Conocer las nociones y ejemplos de anillos conmutativos con unidad, ideales y módulos sobre esos anillo
Saber expresar de manera escrita las respuestas y demostraciones de enunciados elementales de Matemáticas relacionados con el contenido de la asignatura.

5. MODALIDADES ORGANIZATIVAS Y MÉTODOS DOCENTES	
ACTIVIDADES	HORAS DE LA ASIGNATURA
ACTIVIDADES PRESENCIALES	
HORAS DE CLASE (A)	
- Teoría (TE)	39
- Prácticas en Aula (PA)	21
- Prácticas de Laboratorio Experimental(PLE)	
- Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO)	
- Prácticas Clínicas (CL)	
Subtotal horas de clase	60
ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B)	
- Tutorías (TU)	10
- Evaluación (EV)	5
Subtotal actividades de seguimiento	15
Total actividades presenciales (A+B)	75
ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	
Trabajo en grupo (TG)	
Trabajo autónomo (TA)	75
Tutorías No Presenciales (TU-NP)	
Evaluación No Presencial (EV-NP)	
Total actividades no presenciales	75
HORAS TOTALES	150

6. ORGANIZACIÓN DOCENTE

	CONTENIDOS	TE	PA	PLE	PLO	CL	TU	EV	TG	TA	TU-NP	EV-NP	Semana
1	Las nociones de anillo, ideal y módulo. División Euclídea en anillos de polinomios univaridos. Teorema del Resto (aka "Ruffini"). Estructura del anillo y del módulo cociente. Cuerpos primos. Morfismo y R-álgebras. Teoremas de Isomorfía. Grupos abelianos. Estructura de K[X]-módulo dada por un endomorfismo de espacios vectoriales. Anulador y polinomio mínimo. Los anillos de polinomios y series de potencias formales. Las nociones como lenguaje de la Geometría a la Grothendieck. Las nociones como lenguajes de la Teoria de Números. Etensiones cuadráticas de Z. Anillos y módulos en otros contextos: funciones continuas, diferenciables, analíticas.	8,00	4,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,15	0,00	26,00	0,00	0,00	1-3
2	Determinante. Acción de un grupo sobre un conjunto: órbitas, acciones transitivas y acciones fieles. Ejemplo: grafos de Cayley Grupo simétrico y sus generadores: ciclos, trasposiciones. Índice como morfismo de grupos. Determinante de una matriz con coordenadas en un anillo. Fórmula de Lapace Generalizada: el grupo GL(n,R). El determinante como morfismo de grupos. Matrices unimodulares. Teorema de Hamilton-Cayley. Aplicación: ideal anulador de un endomorfismo, polinomio mínimo. El algoritmo de Csanky-Leverrier-Fadeev Souriau.	5,00	3,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,15	0,00	17,00	0,00	0,00	4-5
3	Los anillos más elementales. Ideales primos y maximales. Existencia de maximales módulo el Axioma de Zorn. Divisores de cero. Divisores de cero en anillos de otros contextos: funciones continuas, diferenciales hasta orden dado y analíticas (componentes conexas). Dominios Euclídeos. Identidad de Bézout con cotas. Algoritmo de Euclides. Algoritmo de Euclides en Z: Teorema de Lamé. Eliminación univarada clásica: matriz de Sylvester, resultante univariada. Dominios de Ideales Principales. Identidad de Bézout. Existencia de factorización en dominios de ideales principales y dominios euclídeos. Dominios de Factorización Única. Lema de Gauss. Cuerpos finitos. Aplicaciones: el sistema critpográfico RSA, factorización de polinomios sobre cuerpos finitos (método de Berlekamp),códigos correctores de errores y proyección pseudo-ortogonal (distancia de Hamming).	8,00	4,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,25	0,00	12,00	0,00	0,00	6-8

4	Torsión. Módulos libres y libres de torsión finitamente generados sobre dominios de ideales principales. Equivalencia. Existencia y cálculo de la Forma Normal de Smith. Resolución de ecuaciones lineales diofánticas. Primer Teorema de Estructura de Grupos Abelianos finitamente generados (factores invariantes). La matriz compañera de un polinomio. Matriz del tensor de multiplicación en anillos cociente de K[X]. Forma cíclica de los K[X]-módulos finitamente generados totalmente de torsión: Forma de Frobenius (o forma cíclica) de un endomorfismo. Cálculo de la forma de Frobenius de un endomorfismo por técnicas de Álgebra Lineal básica. Algoritmos probabilistas: tests de nulidad para polinomios (Schwarzt-Zippel) y polinomio mínimo de un vector con respecto a un endomorfismo.	5,00	3,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,15	0,00	10,00	0,00	0,00	9-10
5	El Teorema Chino de los Restos. Aplicaciones: Secret Sharing, Segundo Teorema de Estructura de Grupos Abelianos finitamente generados: divisores elementales. Algoritmos modulares: cálculos modulares como aproximación que admite levantamiento, el cálculo del determinante por algoritmos modulares (desigualdad de Hadamard). Cuerpos Algebraicamente cerrados (noción y existencia). Forma de Jordan de un endomorfismo: la matriz del Teorema Chino de los Restos es la matriz del cambio de base. Cálculo del máximo común divisor por algoritmos intrínsecos.	5,00	3,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,15	0,00	10,00	0,00	0,00	11-12
6	Nullstellensaetze. Radical y radical de Jacobson. Topología de Zariski. Cuerpos Algebraicamente cerrados (la noción y existencia, módulo el Axioma de Zorn). Anillos e ideales de la Geometría. Anillos de funciones polinomiales (K[V]), racionales (K(V)), analíticas (K{V}). Anillos Locales y semi-locales. Localización. Una demostracion elemental del Nullstellensatz de Hilbert-Kronecker. Identidad de Bézout en K[X_1,..., X_n]. El Lenguaje de las Categorías: Equivalencia Natural. Ejemplos de otros contextos (Solo enunciados y equivalencia natural): Lema de Urysohn y Teorema de Extensión de Tietze, Nullstelensatz de Banach-Stone-Cech, compactificacion via la topología de Zariski en el espetro maximal del anillo de funciones continuas, particiones de la unidad y extensión de funciones diferenciables.	3,00	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	13

7	La condición Noetheriana. Condición noetheriana y conjuntos parcialmente ordenados, módulo el axioma de Elección Débil. Espacios topológicos quasi-compactos. Anillos y módulos noetherianos. El Teorema de la Base de Hilbert. La topología de Zariski (en el espectro, en el espectro maximal, en el espacio afín, en el espacio projectivo) es quasi-compacta. El Lema NAK (Nakayama-Azumaya-Kronecker). Descomposición en irreducibles y su relación con los ideales primos. Ideales y Módulos irreducibles y primarios. Descomposición primaria. Teorema de existencia de Lasker-Noether para anillos y módulos. Asociados,soporte y anulador: primer Teorema de unicidad. El grafo del espectro primo de un anillo: noción de dimensión de Krull. Condición de noetherianidad y factorización única (lema de Nagata). Introducción a las bases estándar: Lema de Dixon y algoritmo de Buchberger.	5,00	3,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14-15
8	Examen Final	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	15
TOTAL DE HORAS		39,00	21,00	0,00	0,00	0,00	10,00	5,00	0,00	75,00	0,00	0,00	
Esta organización tiene carácter orientativo.													

TE	Horas de teoría
PA	Horas de prácticas en aula
PLE	Horas de prácticas de laboratorio experimental
PLO	Horas de prácticas de laboratorio en ordenador
CL	Horas de prácticas clínicas
TU	Horas de tutoría
EV	Horas de evaluación
TG	Horas de trabajo en grupo
TA	Horas de trabajo autónomo
TU-NP	Tutorías No Presenciales
EV-NP	Evaluación No Presencial

7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%
Trabajos y Problemas	Trabajo	No	Sí	40,00

Calif. mínima	0,00
Duración	
Fecha realización	Cada 2-3 semanas
Condiciones recuperación	
Observaciones	El alumno recibirá una hoja de problemas de cada tema. Deberá resolver, fuera de las horas de clase y en la fecha prevista, los seleccionados por el profesor.

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%
Examen Final	Examen escrito	Sí	Sí	60,00

Calif. mínima	3,00
Duración	
Fecha realización	Semana 15
Condiciones recuperación	
Observaciones	El examen final consistirá en problemas y/o cuestiones similares a los de las hojas de problemas entregadas a los alumnos durante el curso.

TOTAL	100,00

Observaciones

Durante la prueba del examen final se habilitarán preguntas específicas para que los alumnos puedan recuperar las actividades de evaluación continua que, o bien no tengan superadas, o quieran optar por mejorar su calificación.

La convocatoria extraordinaria consistirá en un examen con un valor del 100% de la calificación.

Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial

La evaluación de los alumnos a tiempo parcial seguirá las mismas normas que la evaluación de los alumnos a tiempo completo.

8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA

M.F. Atiyah, I.G. Macdonald, Introducción al álgebra conmutativa, ed. reverté 1973

Complementaria

D. Eisenbud Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry, Graduate Texts in Mathematics 150, Springer, 1999.

R. Y. Sharp, Steps in commutative algebra, Cambridge University Press, 1990

J. S. Milne, Algebraic Number Theory, http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ant.html

9. SOFTWARE

PROGRAMA / APLICACIÓN	CENTRO	PLANTA	SALA	HORARIO

10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

☐ Comprensión escrita	☐ Comprensión oral
☐ Expresión escrita	☐ Expresión oral

☐ Asignatura íntegramente desarrollada en inglés

Observaciones