# GUIA DOCENTE ABREVIADA DE LA ASIGNATURA

## G110 - Variedades Diferenciables

## Doble Grado en Física y Matemáticas
## Grado en Matemáticas

## Curso Académico 2026 - 2027

| 1. DATOS IDENTIFICATIVOS | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Título/s | Doble Grado en Física y Matemáticas<br>Grado en Matemáticas | | | Tipología y curso | Optativa. Curso 5<br>Optativa. Curso 4 |
| Centro | Facultad de Ciencias | | | | |
| Módulo / materia | MATERIA AMPLIACIÓN DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA<br>MENCIÓN EN MATEMÁTICA PURA Y APLICADA | | | | |
| Código y denominación | G110 - Variedades Diferenciables | | | | |
| Créditos ECTS | 6 | Cuatrimestre | | Cuatrimestral (1) | |
| Web | | | | | |
| Idioma de impartición | Español | English Friendly | Sí | Forma de impartición | Presencial |

| | |
|---|---|
| Departamento | DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION |
| Profesor responsable | FERNANDO ETAYO GORDEJUELA |
| E-mail | fernando.etayo@unican.es |
| Número despacho | Facultad de Ciencias. Planta: + 1. DESPACHO (1048) |
| Otros profesores | |

| 3.1 RESULTADOS DE APRENDIZAJE |
|---|
| Conocer la estructura topológica que tienen las variedades diferenciables, prestando especial atención a las consecuencias que ocasiona que sean espacios de Hausdorff que satsifacen el segundo axioma de numerabilidad. |
| Saber calcular los espacios tangente y cotangente de una variedad en un punto, viendo que son las mejores aproximaciones lineales de la variedad en el punto. |
| Relacionar la variedades mediante aplicaciones diferenciables, y saber calcular la diferencial de tales aplicaciones y aplicarla a la manipulación de subvariedades y variedades cociente. |
| Saber utilizar los campos de vectores como derivadas. |
| Encontrar las curvas integrales de un campo vectorial, y ver que tales objetos son subyacentes en muchos fenómenos de la naturaleza y son de gran utilizad para estudiarlos. |
| Manejar las nociones básicas del Cálculo en Variedades y saber utilizarlas para manipular 1-formas diferenciales y conocer el Teorema de Frobenius. |

| |
|---|
| Saber dotar de estructura de variedad riemanniana a una variedad diferenciable y saber obtener las propiedades fundamentales de la geometría de una tal variedad. |
| Saber particularizar la teoría de variedades riemannianas en la de superficies en el espacio euclídeo y conocer y manejar otras variedades relevantes. |
| Saber que la teoría de variedades se aplica en otros contextos matemáticos y físicos. |

## 4. OBJETIVOS

| |
|---|
| Conocer y manejar los conceptos y resultados básicos de la Teoría de Variedades Diferenciables, relacionándolos con la teoría de curvas y superficies. |
| Conocer y manejar los campos vectoriales y las formas diferenciales, comprendiendo su relación con las ecuaciones diferenciales. |
| Conocer y manejar las métricas riemannianas y los operadores asociados, y saber aplicarlos en ciertas situaciones de la Matemática y la Física. |
| Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas y manejar la aplicabilidad de sus resultados a la resolución de problemas geométricos. |

## 6. ORGANIZACIÓN DOCENTE

| | CONTENIDOS |
|---|---|
| 1 | VARIEDADES DIFERENCIABLES. Variedades abstractas. Variedades inmersas. |
| 2 | FUNCIONES Y APLICACIONES DIFERENCIABLES |
| 3 | TOPOLOGÍA DE LAS VARIEDADES DIFERENCIABLES. Propiedades topológicas de las variedades. Variedades Hausdorff y II Axioma de Numerabilidad. Particiones diferenciables de la unidad. |
| 4 | CAMPOS VECTORIALES Y FORMAS DIFERENCIALES. Campos vectoriales como operadores diferenciales, como velocidades y como secciones del fibrado tangente. Flujo de un campo. Corchete de Lie de campos. Relación con las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales totales. Formas diferenciales. Inmersiones y subvariedades. Teorema de inmersión de Whitney. Introducción a las distribuciones y teorema de Fröbenius. |
| 5 | MÉTRICAS RIEMANNIANAS. Primera forma fundamental y métrica de Riemann. Isomorfismos musicales (subida y bajada de índices). Conexión de Levi Civita, y transporte paralelo. Curvatura. |
| 6 | EXAMEN FINAL |

## 7. MÉTODOS DE LA EVALUACIÓN

| Descripción | Tipología | Eval. Final | Recuper. | % |
|---|---|---|---|---|
| Prueba escrita en aula | Examen escrito | No | Sí | 24,00 |
| Prueba escrita en aula | Examen escrito | No | Sí | 24,00 |
| Examen global de la asignatura | Examen escrito | Sí | Sí | 52,00 |
| TOTAL | | | | 100,00 |

Observaciones

PROCEDIMIENTO DE CALIFICACIÓN
(a) La calificación de la asignatura es la mejor entre:
(1) La ponderación de las pruebas y del examen global de acuerdo con los porcentajes indicados.
(2) La calificación del examen final, es decir, darle a éste un peso del 100%.
(b) Para aprobar la asignatura es necesario que la calificación obtenida con el procedimiento indicado en el apartado (a) sea de al menos 5 puntos y que la calificación del examen global sea de al menos 3 puntos sobre 10.
(c) Si un estudiante no obtuviese la calificación mínima requerida en el examen global, la calificación de la asignatura será el menor valor entre 4,9 y la nota alcanzada según el apartado (a).
(d) En la convocatoria extraordinaria la nota obtenida en el examen es del 100% de la calificación.
COMENTARIOS:
(e) El examen global muestra la capacitación general sobre toda la asignatura, por lo que se exige nota mínima. Por otra parte, el

| |
|---|
| procedimiento de calificación ha sido diseñado para que el estudiante que al final del tiempo lectivo domina la asignatura y obtiene una buena nota en el examen global no vea mermada su calificación en la asignatura por la parte de evaluación continua.<br>(f) La normativa vigente establece que cuando un estudiante no haya realizado actividades de evaluación cuyo peso supere el 50% de la calificación de la asignatura, figurará en su acta como no presentado y que cuando haya realizado pruebas que supongan el referido 50% o más, en el acta figurará la calificación correspondiente. La ponderación de los diversos métodos de evaluación está fijada de modo que quien no se presente al examen global obtenga la calificación de no presentado. |
| Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial |
| El alumno a tiempo parcial tendrá el mismo procedimiento de evaluación que el estudiante a tiempo completo, lo que le permite al estudiante, en particular, someterse a un proceso de evaluación única, como indica la normativa vigente.<br><br>En la convocatoria extraordinaria la calificación del examen es del 100% de la nota. |

## 8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA

LEE, John M. (2013). Introduction to Smooth Manifolds. Springer.

GAMBOA, J.M. y RUIZ, J.M. (1999). Iniciación al Estudio de las Variedades Diferenciables. Sanz y Torres.

KÜHNEL, Wolfgang. (2015). Differential Geometry. Curves—surfaces—manifolds. Stud. Math. Libr., 77. American Mathematical Society,

WARNER, F.W. (1971). Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups. Scott Foresman.

Esta es la Guía Docente abreviada de la asignatura. Tienes también publicada en la Web la información más detallada de la asignatura en la Guía Docente Completa.