Facultad de Ciencias

GUIA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

G96 - Geometría de Curvas y Superficies

Doble Grado en Física y Matemáticas
Obligatoria. Curso 3
Grado en Matemáticas
Obligatoria. Curso 2

Curso Académico 2026 - 2027

1. DATOS IDENTIFICATIVOS					
Título/s	Doble Grado en Física y Matemáticas Grado en Matemáticas			Tipología y curso	Obligatoria. Curso 3 Obligatoria. Curso 2
Centro	Facultad de Ciencias				
Módulo / materia	MATERIA GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA MODULO OBLIGATORIAS				
Código y denominación	G96 - Geometría de Curvas y Superficies				
Créditos ECTS	6	Cuatrimestre		Cuatrimestral (2)	
Ámbito de conocimiento	Matemáticas y estadística				
Web					
Idioma de impartición	Español	English Friendly	Sí	Forma de impartición	Presencial

Departamento	DPTO. MATEMATICAS, ESTADISTICA Y COMPUTACION
Profesor responsable	LUIS CRESPO RUIZ
E-mail	luis.cresporuiz@unican.es
Número despacho	Facultad de Ciencias. Planta: + 0. DESPACHO (0068)
Otros profesores	

2. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Es muy conveniente que los alumnos matriculados en esta asignatura hayan cursado las siguientes asignaturas:
Álgebra Lineal I, Álgebra Lineal II, Cálculo Diferencial, Ampliación de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Topología y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

3. RESULTADOS DEL PROCESO DE FORMACIÓN Y APRENDIZAJE
Conocimientos o Contenidos
Conocer, comprender y utilizar el lenguaje matemático.
Conocer el método de razonamiento deductivo de las matemáticas y, más en general, conocer el método científico.
Conocer los principales espacios matemáticos (algebraicos, analíticos, estadísticos, geométricos, probabilísticos, topológicos, etc.), sus propiedades fundamentales y las aplicaciones entre ellos.
Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos de distintas áreas de las matemáticas.
Habilidades o Destrezas
(Comprender) Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
(Demostrar) Adquirir la capacidad de construir demostraciones.
(Abstraer) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
(Asimilar) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
(Resolver) Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
Competencias o Capacidades
(Conocer) Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de las Matemáticas.
(Aprender) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.
(Autonomía) Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas.
(Leer) Leer textos científicos escritos tanto en español como en inglés.

4. OBJETIVOS
Utilizar el Cálculo Diferencial e Integral y la Topología para el estudio de curvas y superficies en el espacio real tridimensional.
Conocer y manejar los conceptos y resultados básicos de la Teoría de Curvas y Superficies.
Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas y manejar la aplicabilidad de sus resultados a la resolución de problemas geométricos.
Saber distinguir entre propiedades intrínsecas y extrínsecas de una superficie.

5. ACTIVIDADES ACADÉMICAS	
ACTIVIDADES	HORAS DE LA ASIGNATURA
ACTIVIDADES PRESENCIALES	
HORAS DE CLASE (A)	
- Teoría (TE)	38
- Prácticas en Aula (PA)	22
- Prácticas de Laboratorio Experimental (PLE)	
- Prácticas de Laboratorio en Ordenador (PLO)	

- Prácticas Clínicas (CL)	
Subtotal horas de clase	60
ACTIVIDADES DE SEGUIMIENTO (B)	
- Tutorías (TU)	1,5
- Evaluacion (EV)	6
Subtotal actividades de seguimiento	7,5
Total actividades presenciales (A+B)	67,5
ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	
Trabajo en grupo (TG)	
Trabajo autónomo (TA)	82,5
Tutorías No Presenciales (TU-NP)	
Evaluacion No Presencial (EV-NP)	
Total actividades no presenciales	82,5
HORAS TOTALES	150

6. PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

	CONTENIDOS	TE	PA	PLE	PLO	CL	TU	EV	TG	TA	TU-NP	EV-NP	Semana
1	GEOMETRÍA VECTORIAL DE R^2 Y R^3: Producto escalar. Orientación en R^3. Producto vectorial. Producto mixto. Funciones vectoriales de R en R^3.	4,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6,00	0,00	0,00	1,2
2	CURVAS REGULARES: Curva parametrizada. Cambio admisible de parámetro. Curva regular. Longitud de arco. Parametrización natural.	3,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,00	0,00	0,00	2,3
3	CURVATURA Y TORSIÓN: Vector tangente. Recta tangente. Plano normal. Vector de curvatura. Curvatura. Radio de curvatura. Punto de inflexión. Circunferencia osculatriz. Vector normal principal. Vector binormal. Triedro de Frenet. Torsión. Indicatrices esféricas.	3,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	6,00	0,00	0,00	3,4
4	FÓRMULAS DE FRENET: Fórmulas de Frenet. Ecuaciones intrínsecas de una curva. Teorema fundamental de la teoría de curvas.	3,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	0,00	0,00	5
5	CURVAS NOTABLES: Hélices circulares. Hélices generalizadas. Curvas de Bertrand. Evolutas y evolventes. Curvas planas: Teoremas globales.	4,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	8,00	0,00	0,00	6,7
6	APLICACIONES DE R^2 EN R^3: Derivadas parciales. Matriz Jacobiana. Regla de la cadena.	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00	0,00	0,00	7
7	EL CONCEPTO DE SUPERFICIE: Superficies simples y de Monge. Superficies regulares. Superficies implícitas. Plano tangente y recta normal.	5,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	8,9
8	FORMAS FUNDAMENTALES: La primera forma fundamental. La segunda forma fundamental. Ecuaciones de Gauss y Weingarten. Símbolos de Christoffel.	4,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,00	0,00	0,00	9,10,11
9	CURVATURA NORMAL Y APLICACIÓN DE WEINGARTEN: Curvatura normal. Geometría intrínseca. Teorema de Meusnier. Aplicación de Weingarten.	3,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6,00	0,00	0,00	11,12
10	CURVATURAS Y DIRECCIONES PRINCIPALES: Curvaturas principales, de Gauss y media. Teorema de Euler. Clasificación de los puntos de una superficie. Indicatriz de Dupin. Direcciones asintóticas y conjugadas. Líneas de curvatura. Teorema de Olinde Rodrigues.	6,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	10,00	0,00	0,00	12,13,14
11	SUPERFICIES NOTABLES: Superficies de revolución, regladas, desarrollables y minimales.	0,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	0,00	14,15
12	TEOREMA EGREGIO DE GAUSS Y TEOREMA FUNDAMENTAL DE SUPERFICIES:	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,00	0,00	0,00	15
13	EXAMEN FINAL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,50	3,00	0,00	6,50	0,00	0,00	16-18
TOTAL DE HORAS		38,00	22,00	0,00	0,00	0,00	1,50	6,00	0,00	82,50	0,00	0,00	

Esta organización tiene carácter orientativo.

TE	Horas de teoría
PA	Horas de prácticas en aula
PLE	Horas de prácticas de laboratorio experimental
PLO	Horas de prácticas de laboratorio en ordenador
CL	Horas de prácticas clínicas
TU	Horas de tutoría
EV	Horas de evaluación
TG	Horas de trabajo en grupo
TA	Horas de trabajo autónomo
TU-NP	Tutorías No Presenciales
EV-NP	Evaluación No Presencial

7. SISTEMAS DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

Descripción	Tipología	Eval. Final	Recuper.	%
Prueba escrita en aula	Examen escrito	No	Sí	16,00

Calif. mínima	0,00
Duración	Una hora
Fecha realización	Al acabar los tres primeros temas del curso (cuarta semana)
Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura
Observaciones	

Prueba escrita en aula	Examen escrito	No	Sí	16,00

Calif. mínima	0,00
Duración	Una hora
Fecha realización	Al acabar los cinco primeros temas del curso (séptima semana)
Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura
Observaciones	

Prueba escrita en aula	Examen escrito	No	Sí	16,00

Calif. mínima	0,00
Duración	Una hora
Fecha realización	Durante la impartición del décimo tema del curso (decimotercera semana)
Condiciones recuperación	En el examen final de la asignatura
Observaciones	

Examen global de la asignatura	Examen escrito	Sí	Sí	52,00

Calif. mínima	3,00
Duración	En torno a tres horas
Fecha realización	En el periodo de exámenes
Condiciones recuperación	En la convocatoria extraordinaria
Observaciones	

TOTAL	100,00

Observaciones

PROCEDIMIENTO DE CALIFICACIÓN
(a) La calificación de la asignatura es la mejor entre:
(1) La ponderación de las pruebas y del examen global de acuerdo con los porcentajes indicados.
(2) La calificación del examen final, es decir, darle a éste un peso del 100%.
(b) Para aprobar la asignatura es necesario que la calificación obtenida con el procedimiento indicado en el apartado (a) sea de al menos 5 puntos y que la calificación del examen global sea de al menos 3 puntos sobre 10.
(c) Si un estudiante no obtuviese la calificación mínima requerida en el examen global, la calificación de la asignatura será el menor valor entre 4,9 y la nota alcanzada según el apartado (a).
(d) En la convocatoria extraordinaria la calificación es exactamente el 100% de la nota obtenida en el examen.
COMENTARIOS:
(e) El examen global muestra la capacitación general sobre toda la asignatura, por lo que se exige nota mínima. Por otra parte, el procedimiento de calificación ha sido diseñado para que el estudiante que al final del tiempo lectivo domina la asignatura y obtiene una

buena nota en el examen global no vea mermada su calificación en la asignatura por la parte de evaluación continua. (f) La normativa vigente establece que cuando un estudiante no haya realizado actividades de evaluación cuyo peso supere el 50% de la calificación de la asignatura, figurará en su acta como no presentado y que cuando haya realizado pruebas que supongan el referido 50% o más, en el acta figurará la calificación correspondiente. La ponderación de los diversos métodos de evaluación está fijada de modo que quien no se presente al examen global obtenga la calificación de no presentado.
Criterios de evaluación para estudiantes a tiempo parcial
El alumno a tiempo parcial tendrá el mismo procedimiento de evaluación que el estudiante a tiempo completo, lo que le permite al estudiante, en particular, someterse a un proceso de evaluación única, como indica la normativa vigente.

8. BIBLIOGRAFÍA Y MATERIALES DIDÁCTICOS

BÁSICA
DO CARMO, M. (1990). Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Alianza.
LIPSCHUTZ, M. (1990). Geometría Diferencial. Schaumm-McGraw Hill.
MILLMAN, R.S. and PARKER, G.D. (1977). Elements of Differential Geometry. Prentice-Hall.
Complementaria
AMORES LÁZARO, A.M. (2001). Curso Básico de Curvas y Superficies. Sanz y Torres.
COSTA, A.F., GAMBOA, M. y PORTO, A.M. (1997, Segunda Edición, 2001, Tercera Edición, 2005). Notas de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Sanz y Torres.
FEDENKO, A.S. (1991). Problemas de Geometría Diferencial. Mir.
RODRÍGUEZ-SANJURJO, J.M. (2019) Introducción a la Geometría Diferencial II: Superficies. Sanz y Torres

9. SOFTWARE

PROGRAMA / APLICACIÓN	CENTRO	PLANTA	SALA	HORARIO

10. COMPETENCIAS LINGÜÍSTICAS

☑ Comprensión escrita ☐ Comprensión oral

☐ Expresión escrita ☐ Expresión oral

☐ Asignatura íntegramente desarrollada en inglés

Observaciones